भूमिका

गणित की पुस्तकों का यह सेट मध्यप्रान्त और बरार के प्राइमरी स्कूलों में पढ़नेवाले बालक बालिकाओं की आवश्यकताओं की पूर्ति के लिये तैयार किया गया है। इन पुस्तकों में निम्न-लिखित मुख्य विशेषताएँ हैं :—

(१) ये पुस्तकें पूर्णरूप से, शिक्षा-विभाग की ओर से जारी किए गए, नवीन पाठ्य-क्रम के अनुसार लिखी गई हैं।

(२) इनमें शिक्षण के उन सब सिद्धान्तों का समावेश किया गया है जो गति, यथार्थता और सुबोधता के दृष्टि-कोण से अत्यन्त प्रभावोत्पादक सिद्ध हुए हैं।

(३) इनमें गणित के समस्त सम्बन्धों पर बराबर जोर दिया गया है। उदाहरण के लिये प्रथम भाग के २, ३, ६, ७, व १० और द्वितीय भाग के ४ व ८ अभ्यास देखिए।

(४) इनमें उन समस्याओं का समावेश किया गया है जो वास्तविक, व्यावहारिक और वस्तु-बोधक हैं और जो मानव-जीवन की विभिन्न स्थितियों से सम्बन्ध रखती हैं। इनमें जादू के यंत्र, खड़े पड़े जोड़ और खोई हुई संख्याओं के सम्बन्ध में भी दिलचस्प प्रश्न हैं जिन्हें बच्चे बहुत पसन्द करते हैं।

(५) जहाँ कोई प्रश्न कई रीतियों से निकल सकता है वहाँ सबसे सरल और संक्षिप्त रीति पर जोर दिया गया है।

(६) इनमें पिछले प्रश्नों के क्रमबद्ध दुहराने की व्यवस्था की गई है।

(७) इनमें बच्चों का दिल बहलाने के लिये गणित के प्रश्नों के साथ साथ साधारण ज्ञान के दिलचस्प प्रश्न भी दिए गए हैं।

(८) इनमें जबानी और लिखित अभ्यास इन दोनों के लिए यथेष्ट व्यवस्था की गई है और भारी संख्याओं तथा थकानेवाली अंक-गणनाओं को नहीं आने दिया गया है।

(९) इनमें बालकों के समझने में सहायता पहुँचाने के लिये बहुत से नक्शे और चित्र भी दिए गए हैं।

(१०) इनमें क्लास के कमजोर से कमजोर लड़कों के लिये सरल से सरल प्रश्न और तेज लडकों के लिये कठिन प्रश्न भी दिए गए हैं, जिससे दोनों प्रकार के लडकों की बुद्धि का विकास होता रहे।

(११) इनमें शिक्षक और विद्यार्थी दोनों के लिये पूरी पूरी सामग्री दी गई है। इन्हें पढ़ने पढानेवालों को अन्य किसी पुस्तक की आवश्यकता नहीं।

इन पुस्तकों की उचित पढाई से परीक्षाफल तथा बुद्धि का विकास, इन दोनों उद्देश्यों के सफल होने की पूरी पूरी आशा है।

यदि इन पुस्तकों से शिक्षकों और बालक-बालिकाओं को उचित लाभ पहुँच सका तो मैं अपने प्रयत्न को सफल समझूँगा।

—लेखक

(५) यदि कुएँ से प्रत्येक पाँच मिनट में ४ सेर पानी निकाला जा सके तो ३० सेर पानी कितनी देर में निकाला जा सकेगा ?

(६) मेरे घर से डाकख़ाना ३०० गज और डाकख़ाने से स्कूल १२५ गज की दूरी पर है। तो मेरे घर से स्कूल कितनी दूरी पर है, यदि स्कूल जाने का रास्ता डाकख़ाना के पास से हो ?

(७) यदि १५ लिफ़ाफ़ों का मूल्य १ रुपया हो तो १३५ लिफ़ाफ़ों का मूल्य क्या होगा ?

(८) यदि तुम्हारे पास आध सेर तौल की एक हाँड़ी और १ सेर, १ पाव और १ छटाँक के तीन बाँट हों तो तुम ११ छटाँक घी किस प्रकार तौल कर हाँड़ी में रक्खोगे ?

(९) रामकिशोर श्यामकिशोर से उतना ही बड़ा है जितना वह मोहन से छोटा है। यदि रामकिशोर और मोहन की अवस्थाएँ क्रमशः १५ व २० वर्ष हों तो श्यामकिशोर की अवस्था क्या है ?

(१०) एक खेत की चारों मेड़ों पर आठ आठ गज की दूरी पर पेड़ लगाए गए। यदि दोनों कोनों के पेड़ों को मिलाकर प्रत्येक मेड़ पर ६ पेड़ हों तो खेत के चारों मेड़ों की लम्बाई क्या है ?

अभ्यास २ (लिखकर)

(संख्याओं का अभ्यास और चारों साधारण नियम)

(१) पचीस लाख सत्रह हज़ार दो में से क्या घटाएँ कि ग्यारह लाख नौ हज़ार दो शेष रहे ?

(२) ५, ४, २, ३ के अङ्कों से बनी हुई बड़ी से बड़ी और छोटी से छोटी संख्याओं का योगफल उनके अन्तर से कितना बड़ा होगा? उत्तर शब्दों में लिखो।

(३) ३० और ५० के बीच की ऐसी संख्याओं को लिखो जिनकी इकाई और दहाई के अङ्कों का योगफल १० के बराबर हो।

(४) एक भाग के प्रश्न में भाजक ५९, लब्धि ९९ और शेष ५५ है तो भाज्य क्या है?

(५) नीचे के प्रश्नों में मिटे हुए अंक ज्ञात करोः—

(क) जोड़		(ख) बाकी	
	५ ७ * ९		९ * ५ २ *
	७ * २ ५		* ३ * * ५
	३ ८ १ *		२ ४ ८ ६ ४
	* ९ ५ ४	(ग) गुणा	३ ५ ६ १
	२ ५ १ २ ३		*
			* * * * ५

(६) २४३५ को ९९५ से संक्षिप्त रीति से गुणा करो और अपने उत्तर की सहायता से २४३५ × ९९६ का मूल्य निकालो।

(७) ३४२१ को २८१४७ व १६८४ से तीन पंक्तियों में अलग अलग गुणा करो।

(८) वह बड़ी से बड़ी संख्या बताओ जो २४३० में से ९७ बार घटाई जा सके? घटाने के पश्चात क्या शेष बचेगा?

(९) रेलगाड़ी के १ डब्बे में २९ सैनिक जा सकते हैं। तो ८८७४ सैनिकों को ले जाने के लिए कितनी गाड़ियों की आवश्यकता होगी यदि प्रति गाड़ी में १८ डब्बे हों?

(१०) एक पुस्तक में २७५ पृष्ठ हैं और प्रत्येक पृष्ठ में १७ पंक्तियाँ और प्रत्येक पंक्ति में १२ शब्द हैं। बताओ ऐसी ९ पुस्तकों में कितने शब्द होंगे।

अभ्यास ३ (मौखिक)

(चारों मिश्र रीतियाँ)

(१) एक सोनार के पास ४ तोला ६ माशा सोना था। उसने दस दस माशा की पाँच अँगूठियाँ बनाईं। तो उसके पास कितना सोना शेष रहा?

(२) एक लिफाफे का मूल्य १ आ० १ पा० है तो १२ लिफाफों के दाम बताओ।

(३) एक रेलगाड़ी ८ घण्टे में १४० मील गई। तो उसकी चाल प्रतिघण्टा क्या थी?

(४) यदि तुम्हारे पास ६ सेर गेहूँ और तराजू हो तो तुम बिना बाँटों की सहायता के ४ सेर ८ छटाँक गेहूँ किस प्रकार अलग करोगे?

(५) एक रुपये में कितनी पाइयाँ होती हैं? ९)॥।≡) ८ पा० की पाइयाँ बनाओ।

(६) एक कुरते में ३ गज ४ गिरह कपड़ा लगता है। तो १५ गज कपड़े में अधिक से अधिक कितने कुरते बनेंगे और कितना कपड़ा शेष रहेगा?

(७) यदि सूर्योदय ६ बज कर ६ मिनट पर हो और दिनमान ३१ घड़ी का हो तो सूर्यास्त किस समय होगा?

(८) मैंने ४८ पुस्तकें १४ आने प्रति पुस्तक के हिसाब से मोल लेकर ४५ रुपये में बेच दीं। तो मुझे प्रति पुस्तक कितना लाभ हुआ और कुल कितना लाभ हुआ?

(९) ५ सेर १३ छटाँक मिठाई स्कूल के लड़कों में बाँटी गई। यदि प्रत्येक लड़के को एक छटाँक मिठाई मिली हो तो स्कूल में कितने लड़के हैं।

(१०) एक हाथ एक बीता चौड़ी स्याल में तीन तीन अंगुल मोटी कितनी पटिया बनेंगी ? पटिया निकालने के लिए स्याल को कितने बार आरे से चीरना पड़ेगा ?

अभ्यास ४ (लिखकर)

(चारों मिश्र रीतियाँ)

(१) १६१० पाइयों के रुपये आने पाई और ५९ रु० १४ आ० ११ पा० की पाइयाँ बनाओ।

(२) पाँच थैलियों का कुल धन २२०८८ रु० ३ आ० ६ पाई है। पहली थैली का धन १३२५ रु० ४ आ० २ पा०, दूसरी का ७३११ रु० ४ आ० ६ पा०, और तीसरी का ५१२७ रु० २ आ० १ पा० है। बताओ शेष दो थैलियों में से प्रत्येक में कितना धन है यदि उन दोनों में बराबर धन हो ?

(३) एक बकरी का मूल्य ५।।।=)।। है तो ८० बकरियों का मूल्य क्या होगा ? अपने उत्तर की सहायता से ७९ बकरियों का मूल्य निकालो। उत्तर को रकम में लिखो।

(४) एक गाय और एक भैंस की कीमत २७३।।।) है। यदि भैंस की कीमत गाय की कीमत से ३७।) अधिक हो तो प्रत्येक की कीमत अलग अलग बताओ।

(५) ४२ बोरे सरसेां का मूल्य ६७४॥-)॥ है तो एक मन सरसों के क्या दाम होंगे जबकि प्रत्येक बोरे में २) सरसों हो ?

(६) एक मन चावल के दाम ६=)॥ और एक मन गेहूँ के दाम ४॥)॥ हैं। ७५) चावल और ७५) गेहूँ के कुल क्या दाम होंगे ?

(७) रायपुर से एक मनुष्य प्रातःकाल साढ़े छः बजे की गाडी से बिलासपुर गया और सन्ध्या समय ७ बजे रायपुर लौट आया। यदि जाने में ४ घण्टे २३ मिनट और आने में ४ घण्टे ५५ मिनट लगे हों तो (क) वह किस समय बिलासपुर पहुँचा ? (ख) कितनी देर बिलासपुर में ठहरा ? (ग) किस समय बिलासपुर से चला ?

(८) ७८१)५७ अनाज ६ कोठों में रक्खा गया। यदि कोठों में बराबर बराबर अनाज रक्खा गया हो तो प्रत्येक कोठे में कितना अनाज है ? अपने उत्तर की सहायता से यह ज्ञात करो कि यदि यही अनाज ३६ बराबर बराबर कोठों में रक्खा जाता तो प्रत्येक कोठे में कितना अनाज होता ?

(९) राम के पास १७५॥-)॥ और श्याम के पास २१४॥) १० पा० हैं। तो श्याम राम को कितना धन दे कि दोनों के पास बराबर बराबर धन हो जाय ?

(१०) एक स्कूल में १५२ लड़के हैं और इनमें से प्रत्येक लड़का २ आने मासिक फीस देता है। यदि मासिक फीस =)॥ कर दी जाय तो फीस से १ वर्ष में कितना धन अधिक आयगा ?

(११) यदि रेल के किराये की दर ३ पाई प्रतिमील हो तो २५० मील लम्बी यात्रा का क्या किराया होगा ? उत्तर रुपया आना पाई में दो। अपने उत्तर की सहायता से २५४ मील का किराया निकालो।

(१२) एक थान की लम्बाई ३६ गज ५ गिरह है। यदि उसमें से १३ गज ७ गिरह कपड़ा चादरों के लिए फाड लिया जाय तो शेष कपड़े में अधिक से अधिक कितने कुर्ते बनेंगे जबकि हर कुर्ते में ३ गज १ गिरह कपड़ा लगे ?

अभ्यास ५ (मौखिक)

(पहाड़े और भिन्न)

(१) (क) ।ऽ= आटा के –)॥ प्रतिसेर (ख) २० टोपियों के १$\frac{3}{4}$ शिलिंग प्रतिटोपी (ग) ५ गिरह कपडे के ३) प्रतिगज (घ) ऽ॥ चावल के ऽ= प्रति रुपया के हिसाब से दाम बताओ ?

(२) एक लोटे में ऽ१॥ दूध आता है तो ।।ऽ४।। वाले बर्तन को उस लोटे से कितने बार में भर सकते हैं ?

(३) ३ फु० २ इं० लम्बे तार में से सवा इंच लम्बे कितने टुकड़े निकाले जा सकते हैं और कितना तार शेष रह जायगा ?

(४) एक गाडी में पौन टन कोयला लादा जा सकता है तो बीस गाडियों में कितना कोयला लादा जा सकेगा ?

(५) ३ तोले सोने में सवा सवा माशे की कितनी अँगूठियाँ बन सकती हैं और कितना सोना शेष रह जायगा ?

(६) एक रुपये का ।ऽ७॥ चना मिलता है तो ≈) मे कितना चना मिलेगा ?

(७) यदि गोभी चार आने सेर मिले तो ५ पैसे मे कितनी गोभी मिलेगी ?

(८) मैंने अपने धन का आधा अपने भाई को और चौथाई अपनी बहन को दे दिया तो मेरे पास ५।) रह गए। बताओ मेरे पास पहले कितना धन था ?

(९) २॥। + ७॥ – ५ + ४॥। को १३। + २॥। से गुणा करो।

(१०) (क) १॥।≈) का २४ गुना (ख) १॥)-९ का ३० गुना निकालो।

दूसरा अध्याय

[गुणनखण्ड, रूढ़ि संख्याएँ और लघुतम समापवर्त्य]

(क) गुणनखण्ड और रूढ़ि संख्याएँ

१—विषम और सम संख्याएँ

संख्याएँ या तो सम होती हैं या विषम। जो संख्याएँ २ से पूरी पूरी विभाजित नहीं होती हैं वे **विषम** कहलाती हैं जैसे ३, ७, १३ इत्यादि और जो संख्याएँ २ से पूरी पूरी विभाजित हो जाती हैं वे **सम** कहलाती हैं जैसे ४, ८, १६ इत्यादि।

सम संख्याओं की पहिचान

जिस संख्या की इकाई का अङ्क २ से पूरा पूरा बँट जाता है अथवा शून्य होता है वह संख्या सम होती है। जैसे ४८, ९० दोनों सम संख्याएँ हैं।

कारण—४८ में ४ दहाइयाँ और ८ इकाइयाँ हैं। क्योंकि प्रत्येक दहाई २ से पूरी पूरी बँट जाती है इसलिए ४ दहाइयाँ २ से पूरी बँट जायँगी। ८ इकाइयाँ २ से पूरी पूरी बँट ही जाती हैं। इसलिए ४८ सम संख्या है। इसी प्रकार ९० सम संख्या है, क्योंकि इसमें पूरी पूरी दहाइयाँ हैं। अब तुम बिना २ से भाग दिए हुए बतला सकते हो कि कोई दी हुई संख्या सम है अथवा विषम।

अभ्यास ६ (मौखिक)

(१) ३७, ६४, ८३, ९१, १४८, २५४, २७९, ३८०, ४८४, ५९५ में कौन कौन सी संख्याएँ सम हैं और कौन कौन सी विषम ?

(२) ४३ में कम से कम क्या जोड़ें कि सम संख्या बन जाय ?

(३) ४८ में से कम से कम क्या घटाएँ कि विषम संख्या हो जाय ?

(४) ४० यह ४२ से छोटी सम संख्या है। फूल के स्थान पर क्या है ?

(५) सम संख्या होती है या विषमः—

(क) दो सम संख्याओं का गुणनफल (ख) दो सम संख्याओं का योग (ग) दो विषम संख्याओं का

गुणनफल (घ) दो विषम संख्याओं का योग (ङ) एक सम और एक विषम संख्या का गुणनफल (च) एक सम और एक विषम संख्या का योग ?

(६) वह सम संख्या बताओ जो १ और अपने सिवा किसी और संख्या से पूरी नहीं बँटती।

२—संख्याओं के पूरे पूरे बँटने की पहिचान

संख्याओं के २ से पूरे पूरे बँट जाने की पहिचान तुम जान चुके हो। अब संख्याओं के दूद और भाजकों से पूरे पूरे बँटने की पहिचान बतलाते हैं —

(१) जिस संख्या की इकाई और दहाई के अङ्क शून्य हों या उनसे बनी हुई संख्या ४ से पूरी पूरी बँट जाय, वह ४ से पूरी पूरी बँट सकती है।

जैसे ३०० और ६२४, ४ से पूरे बँट जायँगे।

कारण—३०० में पूरे ३ सैकड़े हैं और क्योंकि प्रत्येक सैकड़ा ४ से पूरा पूरा बँट जाता है (१००÷४=२५) इसलिए ३ सैकड़े भी ४ से पूरे पूरे बँट जायँगे ?

६२४=६ सैकड़ा+२४। क्योंकि ६ सैकड़ा और २४ में से प्रत्येक ४ से पूरा पूरा बँट जाता है इसलिए ६२४ भी ४ से पूरा पूरा बँट जायगा।

(२) जिस संख्या की इकाई, दहाई और सैकड़े अङ्क शून्य हों या उनसे बनी हुई संख्या ८ पूरी पूरी बँट जाये, वह ८ से पूरी पूरी बँट सकती है।

जैसे ७००० और ८६४८, ८ से पूरे पूरे बँट जायँगे।

कारण—७००० में पूरे ७ हजार हैं और क्योंकि हजार ८ से पूरा पूरा बँट जाता है (१०००–८=१२५) इसलिए ७ हजार भी ८ से पूरे पूरे बँट जायँगे।

८६४८=८ हजार+६४८। अब ८ हजार और ६४८ मे से प्रत्येक ८ से पूरा पूरा बँट जाता है, क्योंकि हर हजार ८ से पूरा बँट जाता है और ६४८–८=८१, इसलिए इनका योग अर्थात ८६४८ भी ८ से पूरा पूरा बँट जायगा।

(३) जिस संख्या की इकाई का अङ्क शून्य या ५ हो वह ५ से पूरी पूरी बँट सकती है।

जैसे १७०, ३८५, पाँच से पूरे पूरे बँट जायँगे।

कारण—१७० में १७ दहाइयाँ हैं और हर दहाई ५ से पूरी पूरी बँट जाती है (१०–५=२), इसलिए १७ दहाइयाँ भी ५ से पूरी पूरी बँट जायँगी।

३८५=३८ दहाइयाँ+५। अब ३८ दहाइयाँ जैसा कि अभी बतलाया गया है ५ से पूरी पूरी बँट जाती हैं और ५+५=१, इसलिए ३८५ भी ५ से पूरा पूरा बँट जायगा।

(४) जिस संख्या के अङ्कों का योग ३ या ९ से पूरा बँट जाता है वह ३ या ९ से पूरी पूरी बँट जायगी।

जैसे ८४६, ३ और ९ दोनों से और १६८० केवल ३ से पूरा पूरा बँट जायगा।

यह एक बहुत ही रोचक नियम है। इसका प्रमाण बच्चों के लिए थोड़ा कठिन है। इसलिए शिक्षक को चाहिए कि वह पुस्तक की पहली आवृत्ति मे न पढ़ाए बल्कि पुनरावृत्ति के समय बुद्धिमान लड़कों को समझा दे।

यह नियम इस बात पर निर्भर है कि प्रत्येक संख्या = ९ का कुछ गुना + दी हुई संख्या के अंकों का जोड़। यदि यह बात तुम अच्छी तरह समझ जाओ तो तुम स्वयं ऊपर दिए हुए नियम को सिद्ध कर सकते हो। अच्छा अब ८४६ और १६८० को लो।

(क) ८४६ = ८०० + ४० + ६ = (९९ + १) का ८ गुना + (९ + १) का ४ गुना + ६

= ९९ का ८ गुना + ९ का ४ गुना + १ का ८ गुना + १ का ४ गुना + ६

= ९ का कुछ गुना + ८ + ४ + ६ (क्योंकि ९९ के ८ गुने और ९ के ४ गुने में से प्रत्येक ९ से पूरा पूरा बँट सकता है)

= ९ का कुछ गुना + दी हुई संख्या के अंकों का जोड़।

(ख) १६८० = १००० + ६०० + ८० = (९९९ + १) + (९९ + १) का ६ गुना + (९ + १) का ८ गुना।

= ९ का कुछ गुना + दी हुई संख्या के अंकों का जोड़।

तुम स्वयं बहुत से उदाहरणों को लेकर देख सकते हो कि प्रत्येक दशा में यही बात सिद्ध होगी।

अब (क) से प्रकट है कि यदि हम ८४६ को ९ से भाग दें तो वही शेष रहेगा जो ८४६ के अंकों के योग १८ को ९ से भाग देने से आता है क्योंकि ९ का कोई भी गुना ९ से पूरा बँट जायगा।

अब क्योंकि १८ भी ९ से पूरा बँट जाता है इसलिए ८४६ को ९ से भाग देने से कुछ भी शेष न बचेगा अर्थात ८४६ भी ९ से पूरा बँट जायगा। भाग करके देख लो।

नेाट—जेा संख्या ९ से पूरी पूरी बँट जाती है वह ३ से भी अवश्य पूरी बँट जायगी। इसलिए ८४६ तीन से भी पूरा बँट जाता है। भाग करके देख लो।

(ख) से यह प्रकट है कि यदि हम १६८० का ३ से भाग दें तेा वही शेष बचेगा जेा १६८० के अङ्कों के येागफल अर्थात १५ केा ३ से भाग देने से आता है; क्योंकि ९ का कोई भी गुना ३ से पूरा पूरा बँट जायगा। अब क्योंकि १५ भी ३ से पूरा पूरा बँट जाता है इसलिए १६८०, ३ से पूरा पूरा बँट जायगा। भाग करके देख लेा।

नेाट—१६८०, ९ से पूरा पूरा नहीं बँट सकता है क्योंकि १५, ९ से पूरा पूरा नहीं बँटता है। १६८० केा ९ से भाग देने से वही शेष रहेगा जेा १५ केा ९ से भाग देने से बचता है अर्थात ६। इसलिए स्मरण रक्खेा कि जेा सख्या ३ से पूरी बँट जाती है, यह आवश्यक नही है कि वह ९ से भी पूरी पूरी बँट जाय।

ऊपर की क्रिया से हम यह नियम निकाल सकते हैं कि—

किसी संख्या केा ३ या ९ से भाग देने से वही शेष बचता है जो सख्या के अङ्कों के जेाड़ केा ३ या ९ से भाग देने से बचता है।

(५) जिस संख्या की इकाई का अङ्क शून्य हेा वह १० से पूरी बँट सकती है। जैसे ३५० दस से पूरा पूरा बँट जायगा क्योंकि ३५० में ३५ पूरी पूरी दहाइयाँ हैं।

(६) जिस संख्या के विषम और सम दोनों स्थानों के अङ्कों के येाग का अन्तर शून्य या ऐसी संख्या हेा जो

११ से पूरी पूरी बँट जाय वह संख्या ११ से पूरी बँट सकती है। विषम और सम स्थान इकाई से गिनना प्रारम्भ करते हैं। इस नियम का प्रमाण लड़कों के लिए बहुत कठिन है इसलिए यहाँ नहीं दिया जाता है।

उदाहरण [१] ६८४३२१, ११ से पूरा बँट जायगा। इसके विषम स्थान के अङ्कों का योग=१+३+८=१२ और सम स्थान के अङ्कों का योग=२+४+६=१२ और दोनों योगफलों का अन्तर शून्य है।

११) ६८४३२१
 ६२२११

उदाहरण [२] सिद्ध करो कि तीन सक्रम संख्याओं का गुणनफल ६ से पूरा बँट जायगा।

तीन लगातार संख्याओं में कम से कम एक सम संख्या अवश्य होगी और एक ऐसी संख्या होगी जो तीन से पूरी बँट जायगी। इसलिए तीन सक्रम संख्याओं का गुणनफल सदा २×३ अर्थात् ६ से बँट जायगा।

उदाहरण [३] ४१० यह संख्या ३ से पूरी बँट सकती है। फूल की जगह कौन कौन से अङ्क हो सकते हैं?

क्योंकि ४१० तीन से पूरा बँट जाता है इसलिए इसके अङ्कों का योग भी ३ से पूरा बँट जायगा। अब इसके दो अङ्कों का जोड़=४+१=५। इसलिए फूल के स्थान पर १, ४, ७ में से कोई भी अङ्क हो सकता है।

अभ्यास ७

(पहले ७ प्रश्न मुखाग्र करो)

(१) आगे लिखी संख्याओं में से कौन कौन सी (क) ३ (ख) ५ (ग) ६ (घ) ४ (ङ) ८ से पूरी पूरी बँट सकती हैं?

४५, ३२, ३६, ८१, १२६, ३१२, १५६०।

(२) नीचे लिखी सख्याओं को (क) ३ (ख) ६ (ग) ४ (घ) ५ से भाग देने से क्या शेष रहेगा ?
१८७५, ३२०२, ६०४०।

(३) यदि नीचे दी हुई संख्याएँ पूरी पूरी बँट जाती हैं तो रिक्त स्थानों पर कौन कौन से अङ्क हो सकते हैं ?
(क) ५..८, ६ से (ख) ३१२.., ८ से (ग) ४६.., ३ से (घ) ५६.., ५ और २ दोनों से।

(४) चार लगातार सख्याओं का गुणनफल २४ से क्यों पूरा विभाजित हो जाता है ?

(५) २८३ मे कम से कम कितना जोड़ा जाय कि योगफल ११ से पूरा पूरा बँट जाय ? बिना भाग दिए बताओ।

(६) ८० के ऊपर क्रमानुसार वे तीन सख्याएँ बताओ जो ३ से पूरी बँट जाती हैं।

(७) रिक्त स्थानों मे छोटे से छोटे कौन अङ्क हो सकते हैं ?
(क) २५× . =सम सख्या (ख) १७×......= विषम सख्या (ग) −५=विषम सख्या।

(८) ३, ८, ७, ० से बनी हुई छोटी से छोटी और बड़ी से बडी सख्याएँ बताओ जो (क) ३ से (ख) १० से (ग) ६ से पूरी पूरी बँट सकें।

(९) निम्नलिखित भाग के प्रश्नों मे क्या शेष रहेगा ?
(क) १८९६२ ÷ ३ (ख) ६४१३ ÷ ५ (ग) ८६५३ − ८ (घ) ६७३२ − ९।

(१०) निम्नलिखित पूरे पूरे भाग के प्रश्न हैं, रिक्त स्थानों मे क्या होना चाहिए ?
(क) ६३६..१ − ७ (ख) १९६४.. − ८ (ग) ९३.१४ − ९ (घ) ७१४..८ − ११।

(११) १००० से छोटी सबसे बड़ी संख्या कौन है जो ११ से पूरी पूरी बँट जाती है ?

२—रूढ़ि और यौगिक संख्याएँ

वे कौन सी संख्याएँ हैं जिनका गुणनफल ५ हो सकता है। केवल १ और ५। इसलिये ५ के गुणनखण्ड १ व ५ हुए। इसी प्रकार तुम देख सकते हो कि प्रत्येक संख्या के दो गुणनखण्ड १ और वह संख्या स्वयं अवश्य हो सकते हैं। किसी किसी संख्या के गुणनखण्डों के इस समूह के अतिरिक्त और भी समूह होते हैं। जैसे ६ के गुणनखण्डों के दो समूह हैं १ व ६ और २ व ३।

जिस संख्या के गुणनखण्ड १ और स्वयं उस संख्या के अतिरिक्त और न हों वह **रूढ़ि संख्या** कहलाती है जैसे ११,१३, १७ इत्यादि। जब किसी संख्या का कोई गुणनखण्ड रूढ़ि संख्या होती है तो उसे **रूढ़ि गुणनखण्ड** कहते हैं। जैसे २ व ३ में से प्रत्येक ६ का रूढ़ि गुणनखण्ड है।

जिस संख्या के गुणनखण्ड १ और स्वयं उस संख्या के और भी हो सकते हैं वह **संख्या यौगिक** कहलाती है। जैसे ८, १०, १२, १५ इत्यादि यौगिक संख्याएँ हैं।

यौगिक संख्या की पहिचान

यदि कोई संख्या दी हुई है तो तुम किस प्रकार बतला सकते हो कि यह रूढ़ि संख्या है या नहीं ? नीचे के उदाहरण से रूढ़ि संख्या की जाँच करने का नियम तुम्हारी समझ में आजाएगा।

उदाहरण [१] सिद्ध करो कि ९७ रूढ़ि संख्या है।

९७ में इकाई का अङ्क विषम संख्या है इसलिए यह २ से पूरा नहीं बँट सकता।

क्या ८७ तीन से पूरा बँट सकता है? नहीं, क्योंकि इसके अङ्कों का जाड १६ है जो ३ से नहीं बँटता।

क्या ८७ पाँच से पूरा बँट सकता है? नहीं, क्योंकि इसके इकाई का अङ्क न ५ है, न शून्य।

क्या ८७ सात से पूरा बँट सकता है? नहीं, क्योंकि ८७ ÷ ७ = १२ और शेष ६।

क्या ८७ ग्यारह से पूरा बँट सकता है? नहीं, क्योंकि ८७ ÷ ११ = ८ और शेष ९।

११ से भाग देने पर हम देखते हैं कि लब्धि भाजक से कम है। प्रश्न यह है कि क्या ग्यारह से बड़ी कोई संख्या ८७ को पूरा बाँट सकती है? असम्भव है। थोड़ी देर के लिए मान लो कि ११ से बड़ी एक रूढ़ि संख्या ८७ को पूरा बाँट सकती है। तो उसका भजनफल जो ११ के भजनफल अर्थात ८ से कभी बड़ा नहीं हो सकता है ८७ को पूरा पूरा बाँट देगा। परन्तु अभी हम देख चुके हैं कि ८७ ग्यारह तक की किसी संख्या से पूरा नहीं बँट सकता है। इसलिए हमारी कल्पना अनुचित है और ११ से बड़ी कोई संख्या (८७ के अतिरिक्त) ८७ को पूरा पूरा नहीं बाँट सकती है। इसलिए ८७ रूढ़ि संख्या है।

नियम—यह देखने के लिए कि कोई दी हुई संख्या रूढ़ि है या नहीं उसको २, ३, ५, ७, ११ इत्यादि रूढ़ि संख्याओं से क्रमशः भाग दो। यदि किसी भाजक से पूरी विभाजित होजाय तो दी हुई संख्या रूढ़ि संख्या नहीं है। यदि पूरी विभाजित न हो तो भाग की क्रिया उस समय तक करते रहो जब तक कि लब्धि भाजक के बराबर या उससे कम न आए। इसके पश्चात जाँच करने की आवश्यकता नहीं है। दी हुई संख्या अवश्य रूढ़ि संख्या है।

उदाहरण [३] १ से १०० तक कौन कौन सी संख्याएँ रूढ़ि हैं, कैसे ज्ञात करोगे ?

२ व ३ व ५ व ७ में से प्रत्येक को छोड़ कर प्रत्येक से पूरी पूरी बँटनेवाली १०० तक की संख्याएँ काट दो शेष संख्याएँ रूढ़ि सख्याएँ होंगी, क्योंकि बची हुई सख्याओं में से कोई भी संख्या ८, ९ या १० से पूरी पूरी नहीं बँट सकती है। क्या ११ से कोई संख्या पूरी बँट सकती है? नहीं, क्योंकि शेष संख्याओं को ११ से भाग देने से लब्धि ९ से कम आयगी और ९ तक की संख्याओं से विभाजित होनेवाली संख्याएँ घट गई हैं। ११ से बड़े किसी भाजक से भाग देने की आवश्यकता नहीं है।

अभ्यास ८ (मौखिक)

(१) २३, ३५, ४१, ५३, ६२, ६७, ७३, ७९, ८७, ८९ में कौन सी रूढ़ि और कौन सी यौगिक संख्याएँ हैं ?

(२) दो विभिन्न अङ्कों से बनी हुई सबसे छोटी रूढ़ि सख्या कौन है ?

(३) तीन विभिन्न अङ्कों से बनी हुई सबसे छोटी यौगिक सख्या कौन है ?

(४) रिक्त स्थानों में छोटी से छोटी कौन संख्या हो सकती है ?
(क) ५३ + ... = रूढ़ि संख्या (ख) ६६ − ... = यौगिक संख्या।

(५) यौगिक संख्या और सम सख्या में क्या अन्तर है ? क्या सम संख्या रूढ़ि सख्या हो सकती है ? यदि हो सकती है तो उदाहरण दो।

(६) ... × ७ = रूढ़ि संख्या, तो रिक्त स्थान में कौन सी संख्या है ?

(७) (क) २० और ३० के बीच की (ख) ७० और ८० के बीच की रूढ़ि संख्याएँ बताओ।

(८) ५ से बड़ी रूढ़ि संख्या की इकाई में कौन कौन से अंक हो सकते हैं ?

अभ्यास ८ (लिखकर)

(१) ५६, १०१, १३७, १४८, १४६, १६३; १८१, १६६ में कौन सी रूढ़ि और कौन सी यौगिक संख्याएँ हैं ?

(२) तीन अङ्कों से बनी हुई सबसे बड़ी रूढ़ि संख्या कौन है ?

(३) सिद्ध करो कि ६८७ रूढ़ि संख्या नहीं हो सकती ?

(४) १३० और १५० के बीच की रूढ़ि संख्याएँ लिखो ?

(५) २५० की निकटतम रूढ़ि संख्या कौन है ?

(६) सिद्ध करो कि ११३ और १२७ के बीच में कोई रूढ़ि संख्या नहीं है ?

(७) १, ०, ३ से कौन कौन सी रूढ़ि संख्याएँ बन सकती हैं ?

(८) यदि यह ज्ञात हो कि २६ × २६ = ८४१ तो यह सिद्ध करने के लिए कि ७०१ रूढ़ि संख्या है किस भाजक से भाग देने के पश्चात रुक जाना चाहिए ?

४—यौगिक संख्याएँ और उनके गुणनखण्ड

यह बतलाया जा चुका है कि यौगिक संख्या वह संख्या है जिसके १ और उस संख्या के सिवा और भी गुणनखण्ड हो सकते हैं जैसे १२, क्योंकि १२ = ६ × २ = ३ × ४ = २ + २ × ३।

तुम देखोगे कि १२ के गुणनखण्डों के ३ समूह हैं २, ६ व ३, ४ व २, २, ३ और इन समूहों में अन्तिम समूह के कुल खण्ड रूढ़ि हैं। इससे तुम देख सकते हो कि किसी यौगिक संख्या के गुणनखण्डों के कई समूह हो सकते हैं, परन्तु उसके रूढ़ि गुणनखण्डों का एक ही समूह हो सकता है।

उदाहरण [१] ४३८९० के रूढ़ि गुणनखण्ड निकालो।

क्योंकि इकाई का अङ्क शून्य है इसलिए ४३८९०,२ से पूरा बँट सकता है। क्योंकि २१९४५ के अङ्कों का योग २१ है जो ३ से बट सकता है इसलिए २१९४५, ३ से पूरा बँट जायगा।

२	४	३	८	९	०
३	२	१	९	४	५
५		७	३	१	५
७		१	४	६	३
११			२	०	९
				१	९

क्योंकि ७३१५ की इकाई का अङ्क ५ है इसलिए यह संख्या ५ से पूरी बँट सकती है। अब ५ के बाद की रूढ़ि संख्या ७ है इसलिए १४६३ को ७ से भाग दिया तो भाग पूरा कट गया।

अब क्योंकि (९+२)−०=११, इसलिए २०९, ११ से पूरा बँट सकता है। ११ से भाग देने से भजनफल १९ आया जो एक रूढ़ि संख्या है।

इसलिए ४३८९०=२×३×५×७×११×१९। उत्तर में गुणनखण्ड क्रम से लिखे जाते हैं। सबसे छोटे गुणनखण्ड पहले आते हैं।

उदाहरण [२] १०२९६ के रूढ़ि गुणनखण्ड निकालो।

२	१ ० २ ९ ६
२	५ १ ४ ८
२	२ ५ ७ ४
३	१ २ ८ ७
३	४ २ ९
११	१ ४ ३
	१ ३

२ से ३ बार फिर ३ से २ बार भाग देने से भजनफल १४३ आया जो न ५ से और न ७ से पूरा विभाजित हो सकता है। १४३ को ११ से भाग देने से भजनफल १३ आया जो स्वयं रूढ़ि संख्या है।

इसलिए १०२९६ = २ × २ × २ × ३ × ३ × ११ × १३।

रीति—किसी यौगिक संख्या के रूढ़ि गुणनखण्ड निकालने के लिए उसे छोटी से छोटी रूढ़ि संख्या से भाग देना प्रारम्भ करते हैं। जब दी हुई संख्या एक रूढ़ि संख्या से विभाजित हो जाती है तो देखते हैं कि भजनफल उसी संख्या से या उसके आगे आनेवाली किसी रूढ़ि संख्या से विभाजित हो सकती है या नहीं। यह भाग की क्रिया उस समय तक करते रहते हैं जब तक कि भजनफल रूढ़ि संख्या न आए।

नोट—किसी किसी यौगिक संख्या के बड़े बड़े गुणनखण्ड देखने से मालूम हो जाते हैं। इनको जान लेने के पश्चात छोटे छोटे खण्ड ज्ञात किए जा सकते हैं। जैसे २१० = १० × २१ = २ × ५ × ३ × ७ = २ × ३ × ५ × ७।

अभ्यास १०

(१) १५, १८, २६, ३५, ४२, ५६, ६०, ६५ के रूढ़ि गुणनखण्ड बताओ।

(२) निम्नलिखित में रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए?

(क) ५ × ३ × २ × ... = ९० (ख) ७ × २ × ३ × = ८४
(ग) २ × २ × ३ × ३ × ... = ७२ (घ) ६ × ३ × = ...५ ८
(ङ) ११ × २ × ... = ११८

(३) १ और स्वयं संख्या को छोड़ कर कौन सी संख्याएँ ३६, ६४, ७५, ९६ को पूरा पूरा बाँट सकती हैं?

नीचे लिखी संख्याओं के रूढ़ि गुणनखण्ड निकालो:—

(४) ४५ (५) ७२ (६) ९६ (७) १०५ (८) ११२
(९) २४० (१०) ९९९ (११) ३६५ (१२) ५७६
(१३) ५०० (१४) ४९५ (१५) १३६० (१६) १८४८
(१७) २४४४ (१८) ७०६० (१९) ७२१८।

(२०) पाँच लगातार संख्याओं का गुणनफल १२० से क्यों पूरा विभाजित हो जाता है?

(ख) लघुतम समापवर्त्य

अपवर्त्य—जब एक संख्या दूसरी संख्या से पूरी विभाजित हो जाती है तो पहली संख्या दूसरी का अपवर्त्य कहलाती है। १२, ४ का अपवर्त्य है क्योंकि १२, ४ से पूरा विभाजित हो सकता है। इसी प्रकार ३५, ५ का अपवर्त्य है क्योंकि ३५ ÷ ५ = ७।

नोट १—पूरे फटनेवाले भाग के प्रश्न में भाज्य भाजक का अपवर्त्य होता है।

नोट २—किसी संख्या का सबसे छोटा अपवर्त्य वह संख्या स्वयं होती है।

समापवर्त्य—दो या दो से अधिक संख्याओं का समापवर्त्य वह संख्या है जो इनमें से प्रत्येक से पूरी पूरी बँट जाय। जैसे ६, २ व ३ का समापवर्त्य है। क्योंकि ६, २ व ३ में से प्रत्येक से पूरा पूरा बँट जाता है। इसी प्रकार १२, १८, २४ इत्यादि २ व ३ के समापवर्त्य हैं।

लघुतम समापवर्त्य—दो या दो से अधिक संख्याओं का समापवर्त्य लघुतम वह छोटी से छोटी संख्या है जो इनमें से प्रत्येक से पूरी पूरी बँट जाय। जैसे २ व ३ का लघुतम समापवर्त्य ६ है, क्योंकि ६ से छोटी कोई संख्या २ व ३ से अलग अलग पूरी नहीं बँट सकती है। इसी प्रकार ४ व ५ का लघुतम समापवर्त्य २० है। लघुतम का अर्थ है 'सबसे छोटा'।

दो संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य निकालना

(पहली रीति)

उदाहरण—७ और ९ का लघुतम समापवर्त्य निकालो।

७ के अपवर्त्य क्रमशः ७, १४, २१, २८, ३५, ४२, ४९, ५६, ६३ इत्यादि हैं।

९ के अपवर्त्य क्रमशः ९, १८, २७, ३६, ४५, ५४, ६३ इत्यादि हैं।

दोनों पंक्तियों पर ध्यान देने से तुम देखोगे कि सबसे पहला अपवर्त्य जो दोनों पंक्तियों में सम्मिलित है ६३ है। इसलिए ७ व ६ का लघुतम समापवर्त्य ६३ है।

रीति—जिन दो संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य निकालना हो उनके अपवर्त्य क्रमशः दो पंक्तियों में लिखो। सबसे पहला अपवर्त्य जो दोनों पंक्तियों में सम्मिलित होगा दी हुई संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य होगा।

नोट—दो से अधिक संख्याओं का भी लघुतम समापवर्त्य ऊपर की रीति से निकाला जा सकता है।

अभ्यास ११ (मौखिक)

(१) नीचे लिखी संख्याओं के (संख्याओं के अतिरिक्त) चार चार अपवर्त्य बताओ :—

३, ५, ८, ६, १२, १५।

(२) नीचे दी हुई संख्याओं के तीन तीन समापवर्त्य क्रमपूर्वक बताओ :—

(क) २, ३, ४ (ख) ३, ५ (ग) ४, ८ (घ) ५, ४, १०।

(३) निम्नलिखित संख्याओं के लघुतम समापवर्त्य बताओ :—

(क) ५, ६ (ख) ८, १२ (ग) ३, ४, ५ (घ) ४, ८, १० (ङ) ६, १३ (च) १४, २१ (छ) १५, १६ (ज) ५, १५, २५।

(४) एक अहीर अपने बर्तन में कम से कम कितना दूध रक्खे कि जिसे वह ५ छटाँक या ७ छटाँकवाले बर्तनों से पूरा पूरा नाप सके?

(५) वह मैदान कम से कम कितना लम्बा है जो ४, ५ व ६ गज लम्बी लकड़ियों से पूरा पूरा नापा जा सके?

(६) १०० से छोटे ४, ३, ८ के कौन कौन से समापवर्त्य हैं?

(७) एक खेत दो दो या तीन तीन बिस्वों के टुकड़ों में बाँटा जा सकता है तो सिद्ध करो कि खेत का क्षेत्रफल ६ बिस्वा से कम नहीं है।

(दूसरी रीति)

उदाहरण [१] १२, ३० का लघुतम समापवर्त्य निकालो।

१२=२×२×३

३०=२×३×५।

१२ व ३० के लघुतम समापवर्त्य निकालने का यह अर्थ है कि हम वह छोटी से छोटी सख्या ढूँढ़ें जो १२ व ३० से (और इसलिए उनके कुल गुणनखण्डों से) विभाजित हो जाय। १२ व ३० के विभिन्न गुणनखण्ड केवल २, ३ व ५ हैं। इससे दो बातें प्रकट हैं। पहली यह कि अभीष्ट सख्या में २, ३ व ५ तीनों गुणनखण्डों का होना आवश्यक है। यदि इनमें से कोई खंड न रहेगा तो वह सख्या १२ व ३०' दोनों से विभाजित न हो सकेगी? दूसरी यह कि इन रूढ़ि गुणनखण्डों के अतिरिक्त दूसरा कोई रूढ़ि गुणनखण्ड अभीष्ट संख्या में सम्मिलित न होगा। यदि होगा तो उस सख्या का दो हुई संख्याओं से विभाजित होनेवाली संख्याओं में सबसे छोटा होना असम्भव है। अब क्योंकि १२ में २ दो बार सम्मिलित है इसलिये १२ के प्रत्येक अपवर्त्य में २ दो बार अवश्य सम्मिलित

होगा। इसलिए इष्ट संख्या में २ दो बार अवश्य सम्मिलित होगा। और क्योंकि ३ व ५ में से प्रत्येक अधिक से अधिक एक बार इन संख्याओं में सम्मिलित है इसलिये उनको एक बार से अधिक लेना व्यर्थ होगा। इसलिये लघुतम समापवर्त्य २×२×३×५ अर्थात ६० हुआ।

नियम

१—संख्याओं के रूढ़ि गुणनखंड ज्ञात करो।
२—विभिन्न रूढ़ि गुणनखंड जो इन संख्याओं में हों उनको अलग कर लो।
३—देखो कि इनमें से प्रत्येक रूढ़ि गुणनखंड अधिक से अधिक किसी संख्या में कितनी बार सम्मिलित है उसको उतनी ही बार ले लो।
४—अन्त में इन सब रूढ़ि गुणनखंडों का गुणनफल निकालो वही लघुतम समापवर्त्य होगा।

तीसरी रीति

उदाहरण [२] ४२, ३५, ४८ का लघुतम समापवर्त्य निकालो।

४२=२×३×७
३५=५×७
४८=२×२×२×२×३।

विभिन्न रूढ़ि गुणनखण्ड २, ३, ५, ७ हैं। इनमें से २ अधिक से अधिक चार बार आया है और शेष तीन गुणनखण्डों

में से कोई भी एक बार से अधिक किसी संख्या में नहीं आया है। इसलिये लघुतम समापवर्त्य हुआ २×२×२×२×३×५×७=१६८०। इसी क्रिया को दूसरी तरह से इस भाँति कर सकते हैं।

पहले हम दी हुई संख्याओं के ऐसे गुणनखण्ड जो २ या तीनों संख्याओं में सम्मिलित हों लिख लें, यह उत्तर में अवश्य होंगे किन्तु केवल एक बार। यह गुणनखण्ड २, ३ व ७ हैं। इसलिये उत्तर में २×३×७ अवश्य होगा। अब इन गुणनखण्डों के लेने के पश्चात उत्तर में वे गुणनखण्ड अवश्य आने चाहिए जो एक संख्या से अधिक में नहीं हैं। यह ५ व २×२×२ अर्थात ८ हैं। इसलिये उत्तर हुआ २×३×७×५×८=१६८०।

यही क्रिया इस तरह की जाती है।

२ | ४२, ३५, ४८
३ | २१, ३५, २४
७ | ७, ३५, ८
  १, ५, ८

क्रिया (१) दी हुई संख्याओं को एक पंक्ति में लिखते हैं।

(२) छोटे छोटे ऐसे रूढ़ि गुणनखण्डों से भाग देते हैं जो दी हुई संख्याओं में से कम से कम दो को विभाजित कर सकते हैं (यहाँ पर २ से भाग दिया क्योंकि २, ४२ व ४८ दोनों को विभाजित कर सकता है।)

(३) प्रत्येक भाज्य के भजनफल को उसके नीचे दूसरी पंक्ति में लिखते हैं और जो संख्या पूरी नहीं बँट सकती उसको वैसो ही उतार लेते हैं।

(४) दूसरी पंक्ति के साथ वैसी ही क्रिया करते हैं जैसी कि पहली पंक्ति के साथ (यहाँ पर दूसरी पंक्ति को ३ से भाग दिया क्योंकि २१ व २४ तीन से पूरे बँट जाते हैं)

(५) यह क्रिया उस समय तक करते रहते हैं जब तक कि एक पंक्ति की कुल संख्याएँ परस्पर रूढ़ि न हो जायँ।

(७) अन्त में कुल भाजकों और अन्तिम पंक्ति की संख्याओं का गुणनफल निकालते हैं, वही लघुतम समापवर्त्य होता है।

ऊपर की क्रिया में दी हुई संख्याओं के ऐसे गुणनखण्ड (२, ३ व ७) जो दो या तीनों संख्याओं में सम्मिलित हैं भाजक के रूप में आए हैं और ऐसे गुणनखण्ड जो केवल एक ही संख्या में हैं लब्धि के रूप में आए हैं।

नोट १—किसी पंक्ति में वह संख्या छोड़ी जा सकती है जिसका कोई अपवर्त्य उसी पंक्ति में मौजूद हो। जैसे ऊपर के उदाहरण में हम तीसरी पंक्ति में ७ को छोड़ सकते हैं, क्योंकि वह ३५ में सम्मिलित है।

इसी प्रकार यदि हमको ८, १५, १६, ४५ और ५० का लघुतम समापवर्त्य निकालना हो तो हमको ८ व १५ को छोड़ देना चाहिए क्योंकि ८ व १५ क्रमशः १६ व ४५ में सम्मिलित हैं।

नोट २—लड़कों को चाहिए कि प्रत्येक पंक्ति को रूढ़ि संख्या से विभाजित करें। यौगिक संख्या से विभाजित करने में कभी कभी उत्तर अशुद्ध आ जाता है।

अभ्यास १२

निम्नलिखित संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य निकालो :—

(१) ३, ६, ६। (२) २, ६, ८। (३) ५, १०, १५।
(४) ८, १४। (५) ६, १६। (६) २१, ६।
(७) ८, २८। (८) ६, २४। (९) ६, १५, २०।
(१०) २, ५, ११। (११) ४×३×५, ६×५।
(१२) २×३×५, ४×५, ८×५। (१३) २८, ३५।
(१४) १८, २४, ५। (१५) ६, २४, २७।
(१६) २५, ४५, ६३, ३६। (१७) ४८, ७२, ६३, २८।
(१८) ३६, १३, ६, ५। (१९) ७२, १०८, १२०।
(२०) ४६, ५६, २४, ३५। (२१) २, ४, ८, १६, ४८, ८०।
(२२) २२, १३२, ६१६। (२३) ६, ५१, ६८, ८५।
(२४) ८१, ९६, १२१, ७२। (२५) १४४, १९२, २८८।

(२६) वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जो ४५, ६३, ८४, ९६ में से प्रत्येक से पूरी पूरी विभाजित हो जाती है।

(२७) १०८, १२६, १९२ के लघुतम समापवर्त्य में ये संख्याएँ कितनी कितनी बार सम्मिलित हैं?

(२८) तीन घण्टे एक साथ बजने प्रारम्भ हुए और ३, ५ व ७ सेकण्ड के अन्तर से बजने लगे। बताओ फ़िर वे कितनी देर पश्चात एक साथ बजेंगे।

(२९) एक स्कूल के कुल लड़के १५, १८ या २० की पंक्तियों में खड़े किए जा सकते हैं। बताओ स्कूल में कम से कम कितने लड़के हैं?

(३०) एक लड़के ने पैसे के ९ आम के भाव से कुछ आम मोल लिए। यदि इतने ही आम वह पैसे के ८ या १२ के भाव

से मोल लेता तो भी उसे पूरे पूरे पैसे देने पड़ते। बताओ लड़के ने कम से कम कितने आम मोल लिए।

उदाहरण [१] मैंने अपने कुल पैसों से =)॥ प्रतिटोपी के भाव से कुछ टोपियाँ मोल लीं और मेरे भाई ने भी अपने कुल पैसों से ≡)। प्रतिटोपी के भाव से टोपियाँ मोल लीं। यदि हम दोनों के पास बराबर धन रहा हो तो हम दोनों ने मिल कर कम से कम कितनी टोपियाँ मोल लीं।

इस प्रश्न के हल करने के लिए पहले हमको यह जान लेना चाहिए कि छोटे से छोटा वह कौन सा धन है जिसमें =)॥ और ≡)। पूरी पूरी चार सम्मिलित हैं। अर्थात पहले हमको =)॥ और ≡)। का लघुतम समापवर्त्य निकालना चाहिए। इन धनों का हम एक ही राशि में परिवर्तन करते हैं, =)॥ में १० पैसे और ≡)। में १३ पैसे होते हैं।

अब १० व १३ का लघुतम समापवर्त्य = १० × १३ = १३०। इसलिए छोटे से छोटा धन जो हम में से प्रत्येक के पास हो सकता है = १३० पैसा = ३२ आना २ पैसा = २)॥।

अब मैंने कम से कम (१३० ÷ १०) अर्थात १३ टोपियाँ मोल लीं और मेरे भाई ने कम से कम (१३० ÷ १३) अर्थात १० टोपियाँ मोल लीं। इसलिए हम दोनों ने मिलकर कम से कम (१३ + १०) अर्थात २३ टोपियाँ मोल लीं।

उदाहरण [२] मेरे पास कुछ आम हैं। यदि मैं दो दो, तीन तीन, चार चार अथवा पाँच पाँच आमों की ढेरियाँ लगाता हूँ तो प्रत्येक दशा में १ आम शेष बचता है। तो मेरे पास कम से कम कितने आम हैं?

इस प्रश्न में हमको वह छोटी से छोटी संख्या निकालना है जिसको २, ३, ४ व ५ में से प्रत्येक से भाग देने से १ शेष रहता है। इसलिए २, ३, ४ व ५ का लघुतम समापवर्त्य निकाल कर हमको १ जोड़ देना चाहिए। अतएव उत्तर हुआ (६०+१) अर्थात ६१ आम।

उदाहरण [३] मेरे पास कुछ आम हैं। दो दो आमों की ढेरियाँ लगाने से १ आम, तीन तीन की ढेरियाँ लगाने से दो आम, चार चार की ढेरियाँ लगाने से ३ आम और पाँच पाँच की ढेरियाँ लगाने से ४ आम शेष रहते हैं। तो कम से कम कितने आम हैं?

प्रश्न यह है कि यह छोटी से छोटी कौन सख्या है जिसको २, ३, ४ व ५ से भाग देने से शेष क्रमशः १, २, ३ व ४ आए।

यहाँ पर तुम यह देखोगे कि प्रत्येक शेष अपने भाजक से १ कम है जिसका अर्थ यह हुआ कि यदि १ आम और होता तो चारों प्रकार की पूरी पूरी ढेरियाँ बन जातीं। इसलिये आमों की सख्या २, ३, ४ व ५ के लघुतम समापवर्त्य से १ कम है अर्थात आमों की सख्या (६०−१) अर्थात ५९ है।

अभ्यास १३

(प्रश्न १ से ४ तक मौखिक हल करो) *

(१) वह कम से कम धन बताओ जिसमें २) व ३।।) पूरी पूरी बार सम्मिलित हैं।

(२) वह छोटी से छोटी सख्या बताओ जिसको यदि ५ व ७ से भाग दें तो प्रत्येक दशा में १ शेष रहे।

(३) वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जिसमें से यदि ५ घटाएँ तो शेष १० व १५ दोनों पर पूरा पूरा विभाजित हो जाय।

(४) वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जिसको यदि ६ व ८ से भाग दें तो क्रमशः ४ व ६ शेष रहें।

(५) मैंने ६।) प्रति बकरी के हिसाब से और मेरे मित्र ने ८॥) प्रति बकरी के हिसाब से कुछ बकरियाँ मोल लीं। यदि हम दोनों ने बराबर बराबर धन बकरियों के मोल लेने मे व्यय किया हो तो हम दोनों ने मिलकर कम से कम कितनी बकरियाँ मोल लीं ?

(६) एक खेत को दो दो या तीन तीन या पाँच पाँच मजदूर प्रतिदिन काम करके पूरे पूरे दिनों मे निरा सकते हैं। सिद्ध करो कि ३० मजदूरों से कम उस खेत को १ दिन में नहीं निरा सकते हैं।

(७) एक गाड़ी के पहियों के घेरे ७ फुट ३ इंच व ५ फुट १० इंच हैं। कम से कम कितनी दूरी में दोनों पहिये पूरे पूरे चक्कर लगा सकेंगे ?

(८) दो मनुष्य साथ साथ चल रहे हैं और उनके पगों की लम्बाइयाँ २ फुट ४ इंच व २ फुट ६ इंच हैं। यदि वे एक साथ पग उठाना आरम्भ करें तो ७० गज चलने में उनके पग कितनी बार एक साथ धरती पर पड़ेंगे ?

(९) पाँच सौ और ६०० के बीच की वह संख्या बताओ जिसको अगर १८, २४, ३२ से भाग दें तो प्रत्येक दशा में ५ शेष रहें।

(१०) तीन गाँवों के कुओं में क्रम से १० व १२ व १३ हाथ की रस्सियाँ लगती हैं। बताओ कम से कम कितनी लम्बी रस्सी हो कि तीनों गाँवों में इस्तेमाल की जा सके।

तीसरा अध्याय

[साधारण भिन्न]

१—किसी वस्तु का आधा, तिहाई और चौथाई इत्यादि।

पिछली कक्षा में तुमको बताया जा चुका है कि जब कोई वस्तु दो बराबर भागों में बाँटी जाती है तो उसके प्रत्येक भाग को उस वस्तु का आधा कहते हैं। आधे को इस प्रकार लिखते हैं '$\frac{1}{2}$'। जैसे ॥) को '१) का $\frac{1}{2}$' लिखेंगे और इसको पढ़ेंगे 'एक रुपये का एक बटे दो' जिसके अर्थ यह होते हैं कि एक रुपये को दो बराबर भागों में बाँट कर एक भाग लिया गया है। $\frac{1}{2}$ का '२' यह प्रकट करता है कि वस्तु दो बराबर भागों में बाँटी गई है और रेखा के ऊपर का '१' यह प्रकट करता है कि दो बराबर भागों में से एक भाग लिया गया है। १ और २ के बीच की रेखा भाग का चिह्न है।

उदाहरण [१] एक मन का $\frac{1}{2}$ क्या होगा?

उत्तर :—८ पसेरी का आधा = ८ पसेरी ÷ २ = ४ पसेरी।

इसी प्रकार यदि कोई वस्तु तीन बराबर भागों में बाँटी जाय तो उसके प्रत्येक भाग को उस वस्तु की तिहाई कहते हैं। तिहाई को इस प्रकार लिखते हैं '$\frac{1}{3}$'। और पढ़ते हैं 'एक बटे तीन'।

उदाहरण [२] एक गज का $\frac{1}{3}$ क्या होगा?

हमको एक गज को तीन बराबर भागों में बाँट कर एक भाग लेना है। इसलिए एक गज का $\frac{1}{3}$ = ३ फुट का $\frac{1}{3}$ = ३ फुट ÷ ३ = १ फुट।

तुम देख चुके हो कि जब कोई वस्तु दो या तीन बराबर भागों में विभाजित की जाती है तो उसके प्रत्येक भाग

को कुल का आधा या तिहाई कहते हैं। इसी प्रकार जब कोई वस्तु ४, ५, ६ इत्यादि बराबर भागों में बाँटी जाती है तो उसके प्रत्येक भाग को कुल का चौथाई, पाँचवाँ, छठा इत्यादि भाग कहते हैं। और जो रीति किसी वस्तु के आधे व तिहाई के लिखने व पढ़ने की है वही रीति उस वस्तु के चौथाई, पाँचवें, छठवें इत्यादि भागों के लिखने व पढने की है।

उदाहरण [३] एक सप्ताह का $\frac{१}{७}$ क्या होगा?

क्योंकि एक सप्ताह में ७ दिन होते हैं इसलिये एक सप्ताह का $\frac{१}{७}$ = ७ दिन ÷ ७ = १ दिन।

उदाहरण [४] एक चवन्नी एक रुपये का कौन-सा भाग है?

क्योंकि एक रुपये में ४ चवन्नियाँ होती हैं इसलिये १ चवन्नी = १ रु० का $\frac{१}{४}$।

अभ्यास १४ (मौखिक)

निम्नलिखित का मान बताओ।

(१) एक रुपये का $\frac{१}{४}$ (२) एक फुट का $\frac{१}{१२}$ (३) एक दिन का $\frac{१}{२४}$ (४) एक गज का $\frac{१}{६}$ (५) एक आने का $\frac{१}{३}$ (६) एक रुपये का $\frac{१}{२}$ (७) एक सेर का $\frac{१}{१६}$ (८) तीन गज का $\frac{१}{९}$ (९) एक महीने का $\frac{१}{१५}$ (१०) दो रुपये का $\frac{१}{१६}$।

कौन-सा भाग है?

(११) एक फुट, एक गज का (१२) एक महीना, एक वर्ष का (१३) पाँच आना ४ पा०, १ रुपये का (१४) एक पाव, एक सेर का (१५) १ सेकंड, एक मिनट का।

२—किसी वस्तु के कई बराबर भागों में से एक से अधिक भागों का लेना और उनका लिखना पढ़ना।

यदि एक रोटी के दो बराबर भाग करके दोनों भाग लिए जायँ तो इसको इस प्रकार लिखेंगे 'एक रोटी का $\frac{2}{2}$' और पढ़ेंगे 'एक रोटी का दो बटा दो'। '$\frac{2}{2}$' यह प्रकट करता है कि रोटी के दो बराबर भाग करके दोनों भाग ले लिए गए हैं। अब क्योंकि रोटी के दोनों भाग लेने से पूरी रोटी हो जाती है इसलिये रोटी का $\frac{2}{2}$ = पूरी रोटी।

इसी प्रकार एक रुपये का $\frac{3}{3}$ = एक रुपया, एक मन का $\frac{4}{4}$ = एक मन, १ मील का $\frac{10}{10}$ = १ मील।

यदि एक गज के ३ बराबर भाग करके दो भाग लिए जायँ तो इसको इस प्रकार लिखेंगे, 'एक गज का $\frac{2}{3}$' और पढ़ेंगे 'एक गज का दो बटे तीन'। '$\frac{2}{3}$' में ३ का अंक जो हर कहलाता है यह प्रकट करता है कि गज के ३ बराबर भाग किए गए हैं, और २ का अक जो अंश कहलाता है यह प्रकट करता है कि इन तीन बराबर भागों में से दो भाग लिए गए हैं। एक गज का $\frac{2}{3}$, २ फ़ुट है क्योंकि एक गज के तीन बराबर भागों में से प्रत्येक भाग १ फ़ुट का होगा। २ फुट को १ गज का $\frac{2}{3}$ भिन्न कहते हैं।

जब कोई वस्तु कई बराबर भागों में विभाजित की जाती है तो उसके एक या एक से अधिक भागों को उस वस्तु का भिन्न कहते हैं। जितने बराबर भागों में वह वस्तु विभाजित की जाती है उनकी सख्या को हर और जितने भा— लिए जाते हैं उनकी सख्या को अंश कहते है।

उदाहरण [१] एक मन के $\frac{3}{4}$ से क्या अर्थ है?

उत्तर—एक मन के ४ बराबर भाग करके तीन भाग लिए गए हैं। एक मन के चार भागों में से प्रत्येक भाग १० सेर के बराबर होगा। इसलिये तीन भाग ३० सेर के बराबर होंगे अतएव एक मन का $\frac{3}{4}$ = ३० सेर।

नोट—३० सेर एक मन का कौन-सा भिन्न है? उत्तर $\frac{3}{4}$। भिन्न $\frac{3}{4}$ का हर क्या है? उत्तर ४। अंश क्या है? उत्तर ३।

उदाहरण [२] १२ के $\frac{5}{6}$ का क्या अर्थ है?

बारह के छः बराबर भाग करके ५ भाग लिए गए हैं। क्योंकि प्रत्येक भाग = १२ − ६ = २, इसलिये ५ भाग = १०। इसलिये १२ का $\frac{5}{6}$ = १०।

नोट—१० को १२ का $\frac{5}{6}$ भिन्न कहेंगे। $\frac{5}{6}$ में ६ हर और ५ अंश है।

उदाहरण [३] पाँच आने को १ रु० के भिन्न में प्रकट करो। क्योंकि एक आना एक रुपया का सोलहवाँ भाग है, इसलिये ५ आना = १ रु० का $\frac{5}{16}$ उत्तर।

उदाहरण [४] ७ घंटे को १ दिन के भिन्न में प्रकट करो। क्योंकि १ घंटा १ दिन का चौबीसवाँ भाग है इसलिये ७ घंटा = १ दिन का $\frac{7}{24}$ उत्तर।

नोट—$\frac{3}{4}$ केवल एक भिन्न है किन्तु $\frac{3}{4}$ रु० में भिन्न का सम्बन्ध रुपये से हो गया है। इसलिये $\frac{3}{4}$ को **साधारण भिन्न** और $\frac{3}{4}$ रु० को **सम्बन्धित भिन्न** कहते हैं। $\frac{3}{4}$ रु० के दो अर्थ हो सकते हैं। पहले यह कि रुपये के ४ बराबर भाग करके ३ भाग लिए गए हैं, अर्थात् $\frac{3}{4}$ रु० = ४ आना × ३ = १२ आना।

दूसरे यह कि ३ रुपये के ४ बराबर भाग करके एक भाग लिया गया है अर्थात (३ × १६) आना ÷ ४ = १२ आना। ३/४ रुपया का मूल्य दोनों दशाओं में वही है।

अभ्यास १५

(१) भिन्न की परिभाषा बताओ। (२) भिन्न के हर और अंश से क्या अभिप्राय है ? (३) ८ आना, १ रुपया का कौन-सा भिन्न है ? (४) ३/७, ७/१६ रु०, ६/१७ मन, ३३/२३ में कौन साधारण और कौन सम्बन्धित भिन्नें हैं ?

(५) ३/१३, ५/२१, १७/२५, ३१/३९, ४०/६१ में से प्रत्येक के हर और अंश बताओ।

(६) (क) सात बारहवाँ, नौ पचीसवाँ, ३१ साठवाँ, ४३ दो सौ साठवाँ को अंकों में लिखो। (ख) ११/२८, १७/८०, ६७/१०७, ५१/२२१ को शब्दों में लिखो।

मूल्य बताओ :—

(७) १ मील का ५/८। (८) ३ मन १० सेर का २/१३।

भिन्न में प्रकट करो :—

(९) ५ घंटा को २ दिन की (१०) ७ सेर को १ मन की।

३—भिन्नों के सम्बन्ध में कुछ आवश्यक बातें।

(क) जिन भिन्नों के अंश बराबर होते हैं उनमें सबसे बड़ा भिन्न वह होता है जिसका हर सबसे छोटा होता है। जैसे १/३, १/२, १/५, १/४ ऐसे भिन्न हैं जिनके अंश बराबर हैं और इसलिये इनमें सबसे बड़ा भिन्न वह है जिसका हर सबसे छोटा अर्थात २ है।

(ख) जिन भिन्नों के हर बराबर होते हैं उनमें सबसे बड़ा भिन्न वह होता है जिसका अंश सबसे बड़ा होता है। जैसे $\frac{१}{६}$, $\frac{५}{६}$, $\frac{३}{६}$, $\frac{४}{६}$ में सबसे बड़ा भिन्न $\frac{५}{६}$ है।

(ग) किसी भिन्न के हर व अंश दोनों को एक ही संख्या से गुणा अथवा भाग करने से उसके मान में कोई अन्तर नहीं पड़ता है। एक लकीर के ८ बराबर भाग करो। तुम देखोगे कि लकीर का आधा लकीर के २ चौथाई या ४ आठवें भागों के बराबर है।

इससे यह फल निकला कि

$\frac{१}{२}=\frac{२}{४}=\frac{४}{८}=\frac{८}{१६}$ इत्यादि।

$\frac{१}{२}=\frac{१\times२}{२\times२}=\frac{२}{४}$ (हर और अंश दोनों को २ से गुणा किया)

$\frac{१}{२}=\frac{१\times४}{२\times४}=\frac{४}{८}$ („ „ ४ „ „)

$\frac{१}{२}=\frac{१\times८}{२\times८}=\frac{८}{१६}$ („ „ ८ „ „)

अब तुम समझ गए होगे कि किसी भिन्न के हर और अंश दोनों को एक ही संख्या से गुणा करने से उसके मान में कुछ अन्तर नहीं पड़ता।

ऊपर की क्रिया से तुम यह भी देख सकते हो कि

$$\frac{२}{४}=\frac{२\div२}{४\div२}=\frac{१}{२}$$

$$\frac{४}{८}=\frac{४\div४}{८+४}=\frac{१}{२}$$

$$\frac{८}{१६}=\frac{८\ \div८}{१६\div८}=\frac{१}{२}$$

जिससे यह सिद्ध होता है कि किसी भिन्न के अंश और हर को एक ही संख्या से भाग देने से उसके मान में कोई अन्तर नहीं पड़ता।

अभ्यास १६ (मौखिक)

(१) $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{६}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{१२}$, $\frac{१}{१५}$, $\frac{१}{२०}$ में कौन-सा भिन्न सबसे छोटा और कौन सबसे बड़ा है?

(२) $\frac{३}{१७}$, $\frac{५}{१७}$, $\frac{२}{१७}$, $\frac{१}{१७}$, $\frac{११}{१७}$, $\frac{१३}{१७}$ मे कौन-सा भिन्न 'सबसे बड़ा और कौन सबसे छोटा है?

(३) एक रेखा के पहले ३ और फिर ९ बराबर भाग करके सिद्ध करो कि $\frac{१}{३}=\frac{३}{९}$।

(४) $\frac{१}{४}$ मन, $\frac{३}{१२}$ मन और $\frac{५}{२०}$ मन आपस में क्यों बराबर हैं?

(५) $\frac{४}{८}$ रुपया और $\frac{१}{२}$ रुपया का एक ही अर्थ क्यों है?

४—भिन्नों को बराबर भिन्नों में बदलना और भिन्नों का संक्षेप करना।

तुम देख चुके हो कि यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों को एक ही संख्या से गुणा या भाग करें तो उसके मान में कुछ अन्तर नहीं पड़ता।

इस नियम की सहायता से हम दो बातें कर सकते हैं।

(१) हम किसी भिन्न को उसके समान भिन्न में जिसका अंश व हर पुराने अंश व हर का कोई अपवर्त्य हो बदल सकते हैं।

उदाहरण [१] $\frac{२}{११}$ को ऐसे समान भिन्न मे बदलो जिसका हर १४३ हो।

हमको यह सोचना चाहिए कि ११ को किस संख्या से गुणा करें कि गुणनफल १४३ हो। (१४३ ÷ ११) अर्थात १३ से।

अब क्योंकि हम $\frac{२}{११}$ को एक ऐसे समान भिन्न में बदल रहे हैं जिसका हर ११ का १३ गुना है, इसलिये उसका अंश भी $\frac{२}{११}$ के अंश का १३ गुना होगा। अर्थात उसका अंश २ × १३ अर्थात २६ होगा। इसलिये $\frac{२}{११} = \frac{२६}{१४३}$।

रीति—समान भिन्न के हर या अंश को पुराने हर या अंश से भाग देकर भजनफल से पुराने अंश या हर को गुणा करो।

(२) भिन्न के अंश और हर के किसी समापवर्तक* को निकाल कर हम उसको दूसरे समान भिन्न मे बदल सकते है।

---

* जो संख्या दो या अधिक संख्याओं को पूरा बांटती है वह उन संख्याओं की समापवर्तक कहलाती है।

जब अंश और हर के कुल समापवर्तक निकाल दिए जाते हैं तो भिन्न का सबसे छोटा रूप हो जाता है। भिन्न के इस रूप को भिन्न का संक्षिप्त रूप या संक्षिप्त भिन्न कहते हैं।

संक्षिप्त करने की रीति

अंश और हर दोनों को उनके समापवर्तकों से क्रमशः भाग करते जाओ यहाँ तक कि उनका कोई समापवर्तक न रह जाय।

प्रत्येक बार बड़े से बड़े गुणनखण्ड से जो तुम हर व अंश दोनों में सम्मिलित देख सको, भाग दो।

उदाहरण [२] $\frac{४५}{७५}$ का संक्षेप करो।

क्रिया :— $\frac{४५}{७५} = \frac{३}{५}$ उत्तर।

बड़े से बड़ा गुणनखण्ड जो अंश और हर दोनों में हम सम्मिलित पाते हैं १५ है। इसलिये अंश और हर दोनों को १५ से भाग दिया तो समान भिन्न हुआ $\frac{३}{५}$। अब क्योंकि ३ और ५ परस्पर रूढ़ हैं, इसलिये $\frac{३}{५}$ संक्षिप्त भिन्न है।

उदाहरण [३] $\frac{४२ \times ७५}{३५ \times २१०}$ को काट कर संक्षिप्त करो।

$$\text{क्रिया:—} \frac{४२ \times ७५}{३५ \times २१०} = \frac{\overset{३}{}\;६ \times ७ \times ५ \times ५ \times ३}{६ \times ५ \times ३५ \times ७ \times ५} = \frac{३}{७}\ \text{उत्तर।}$$

नोट—जिन संख्याओं से अंश और हर दोनों को भाग देते हैं उनकी चरचा कहीं नहीं की जाती है, केवल भजनफल ऊपर और नीचे लिख दिए जाते हैं।

अभ्यास १७

रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए :—

(१) $\frac{३}{८} = \frac{\;}{२४} = \frac{\;}{४८} = \frac{३३}{\;} = \frac{३६}{\;}$ ।

(२) $\frac{६०}{२४} = \frac{३३}{\;} = \frac{\;}{२४} = \frac{३५}{\;} = \frac{\;}{९६}$ ।

(३) $\frac{३}{४}$ मन, $\frac{१}{२}$ मन, $\frac{३}{२०}$ मन को १ मन के ऐसे समान भिन्न मे परिवर्तित करो कि प्रत्येक का हर ४० हो।

(४) $\frac{३}{३}$, $\frac{३}{२}$, $\frac{५}{४}$, $\frac{१३}{१३}$ का बड़े से बड़ा क्या रूप होगा जब कि हर ५० से बड़ा न हो।

सक्षिप्त करो :—

(५) $\frac{३४}{२१}$ (६) $\frac{३६}{२८}$ (७) $\frac{२७}{३६}$ (८) $\frac{२५}{४०}$

(९) $\frac{२२}{३३}$ (१०) $\frac{४५}{१०८}$ (११) $\frac{९०}{१०८}$ (१२) $\frac{९९}{१२१}$

(१३) $\frac{६४}{९६}$ (१४) $\frac{१५}{२५}$ (१५) $\frac{७७}{२२}$ (१६) $\frac{६०}{९०}$

(१७) $\frac{७२}{९६}$ (१८) $\frac{५००}{१०००}$ (१९) $\frac{७५}{१०५}$ (२०) $\frac{४०}{६४}$

(२१) $\frac{३५}{२५}$ (२२) $\frac{३३}{२७}$ (२३) $\frac{५५}{६२}$

(२४) यदि ८) सोलह मनुष्यों में बराबर बाँटे जायँ तो प्रत्येक को क्या मिलेगा? उत्तर रु० के छोटे से छोटे भिन्न में दो।

(२५) यदि एक मन घी के दाम ७५) हों तो एक सेर घी के क्या दाम होंगे? उत्तर रु० के छोटे से छोटे भिन्न में दो।

(२६) पाँच पाँच सेर चावल १०, १५ और २० साधुओं के ३ समूहों में बाँटे गए, तो प्रत्येक समूह के प्रत्येक साधु को एक सेर चावल का कौन-सा भिन्न मिला? उत्तर छोटे से छोटे भिन्न में दो।

(२७) मैंने १५ दिन में १२ सेर आटा खाया, तो प्रतिदिन कितना आटा खाया? उत्तर एक सेर के संक्षिप्त भिन्न में दो।

(२८) $\frac{३}{११}$ को ऐसे समान भिन्नों में बदलो जिनके हर ७७, १५४, २८६, ३५२ हों।

निम्नलिखित को काट कर संक्षिप्त करो :—

(२९) $\frac{३५ \times ६३}{४५ \times ७२}$ (३०) $\frac{३६ \times ७५}{४५ \times ६८}$

५—भिन्नों की तुलना।

तुमको यह बतलाया जा चुका है कि समान हरवाले भिन्नों में सबसे बड़ा भिन्न वह है जिसका अंश सबसे बड़ा है और समान अंश रखनेवाले भिन्नों में सबसे बड़ा भिन्न वह है जिसका हर सबसे छोटा है। परन्तु यदि भिन्नों के अंश और हर समान न हों तो यह बतलाना कि कौन-सा भिन्न सबसे बड़ा है कुछ सरल बात नहीं है। ऐसी दशा में हमको चाहिए कि या तो भिन्नों के हर समान करें या अंश।

(क) भिन्नों के हर समान करना—दो या दो से अधिक भिन्नों को बिना उनके मूल घटाए बढ़ाए हम ऐसे भिन्नों में परिवर्तित कर सकते हैं जिनके हर समान हों।

उदाहरण [१] एक छोटे बच्चे की कमीज में $\frac{३}{४}$ गज, कुर्ते में $\frac{५}{६}$ गज और टोपी में $\frac{७}{१०}$ गज कपड़ा लगता है। तो बताओ किस वस्तु में सबसे अधिक कपड़ा लगता है।

यहाँ पर हमें यह ज्ञात करना है कि $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{६}$ और $\frac{७}{१०}$ में सबसे बड़ा भिन्न कौन है। इन भिन्नों के हर समान करने के लिये

इसको एक ऐसा हर ढूँढ़ना चाहिए जो ४, ८ व २० का समापवर्त्य हो।

अब क्योंकि ४, ८ व २० का लघुतम समापवर्त्य ४० है इसलिये ४०, ८०, १२० इत्यादि में से कोई भी भिन्नों का 'सम हर' बनाया जा सकता है। परन्तु ४० इनमें सबसे छोटा सम हर होगा इसको 'लघुतम सम हर' कहते हैं।

हम दिए हुए भिन्नों को लघुतम सम हर वाले समान भिन्नों में अंकित करते हैं।

*∵ ४० − ४ = १०	$\frac{३}{४} = \frac{३ \times १०}{४ \times १०} = \frac{३०}{४०}$,
∵ ४० − ८ = ५	$\frac{५}{८} = \frac{५ \times ५}{८ \times ५} = \frac{२५}{४०}$ और
∵ ४० ÷ २० = २	$\frac{७}{२०} = \frac{७ \times २}{२० \times २} = \frac{१४}{४०}$ ।

अब क्योंकि दिए हुए भिन्नों के समान भिन्नों में $\frac{३०}{४०}$ भिन्न सबसे बड़ा भिन्न है इसलिये दिए हुए भिन्नों में $\frac{३}{४}$ सबसे बड़ा भिन्न है। अतएव ज्ञात हुआ कि कमीज़ में सबसे अधिक कपड़ा लगा।

रीति—दिए हुए भिन्नों के हर का लघुतम समापवर्त्य निकालो वही इन भिन्नों का समान हर होगा। नए भिन्नों के अंशों को ज्ञात करने के लिये समान हर को दिए हुए भिन्नों के हर से क्रमशः विभाजित करो और भजनफल से दिए हुए भिन्नों के अंशों को क्रमशः गुणा करो।

(ख) **भिन्नों के अंश समान करना**—भिन्नों के हरों की भाँति उनके अंश भी समान किए जाते हैं—अन्तर केवल

---

* गणित में ∵ चिह्न का अर्थ "क्योंकि" और ∴ चिह्न का अर्थ "इसलिये" है।

इतना ही है कि यहाँ पर हम हरों के लघुतम समापवर्त्य के स्थान में अंशों का लघुतम समापवर्त्य निकालते हैं। नीचे के उदाहरण मे हरों को समान न करके अंशों को समान किया गया है।

उदाहरण [२] $\frac{६}{२३}$, $\frac{३}{११}$, $\frac{४}{१५}$ भिन्नों को इनके परिमाण के अनुसार क्रमशः लिखो, सबसे छोटे भिन्न को पहले लिखो।

इन भिन्नों को समान अंशवाले भिन्नों मे प्रदर्शित करने के लिये हम ६, ३, ४ का लघुतम समापवर्त्य निकालते हैं। ६, ३, ४ का लघुतम समापवर्त्य १२ आया।

$\because १२ \div ६ = २ \qquad \therefore \frac{६}{२३} = \frac{६ \times २}{२३ \times २} = \frac{१२}{४६}$

$\because १२ \div ३ = ४ \qquad \therefore \frac{३}{११} = \frac{३ \times ४}{११ \times ४} = \frac{१२}{४४}$ और

$\because १२ \div ४ = ३ \qquad \therefore \frac{४}{१५} = \frac{४ \times ३}{१५ \times ३} = \frac{१२}{४५}$।

अब समान भिन्नों में सबसे छोटा भिन्न $\frac{१२}{४६}$ है क्योंकि इसका हर सबसे बड़ा है। $\frac{१२}{४६}$ से बड़ा भिन्न $\frac{१२}{४५}$ और $\frac{१२}{४५}$ से बड़ा भिन्न $\frac{१२}{४४}$ है। अतएव हम दिए हुए भिन्नों को क्रमशः इस प्रकार लिखेंगे $\frac{६}{२३}$, $\frac{४}{१५}$, $\frac{३}{११}$।

अभ्यास १८

(१) $\frac{३}{५}$ और $\frac{७}{१२}$ को ऐसे भिन्नों मे बदलो जिनका हर ६० हो।

(२) $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{६}$ और $\frac{११}{१२}$ को ऐसे समान भिन्न में परिवर्तित करो जिनका सम हर २४ हो।

(३) $\frac{३}{७}$, $\frac{४}{९}$ और $\frac{६}{१३}$ को ऐसे समान भिन्नों मे परिवर्तित करो जिनका सम अंश १२ हो।

(४) $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{८}$ और $\frac{५}{६}$ को ऐसे समान भिन्नों मे परिवर्तित करो जिनका सम अंश ६० हो।

(५) निम्नाङ्कित भिन्नों के हर समान कर उनको समान भिन्नों मे परिवर्तित करो और बताओ कि कौन-सा भिन्न बड़ा है?

(क) $\frac{१}{६}$ और $\frac{१}{६}$ (ख) $\frac{३}{११}$ और $\frac{४}{३३}$ (ग) $\frac{२}{१५}$ और $\frac{३}{२०}$
(घ) $\frac{४}{७}$ और $\frac{९}{२८}$ (ङ) $\frac{५}{१२}$ और $\frac{७}{१८}$ और

(६) निम्नाङ्कित भिन्नों के अंश समान कर उनको समान भिन्नों म परिवर्तित करो और बताओ कि कौन-सा भिन्न बड़ा है।

(क) $\frac{३}{५}$, $\frac{६}{११}$ (ख) $\frac{४}{७}$, $\frac{१२}{२३}$ (ग) $\frac{६}{११}$, $\frac{४}{१५}$ (घ) $\frac{५}{१२}$, $\frac{१}{१०}$।

(७) परिमाण में कौन भिन्न बड़ा है?

(क) $\frac{११}{२०}$ मन व $\frac{७}{८}$ मन (ख) $\frac{२}{५}$ पंसेरी व $\frac{४}{१५}$ पंसेरी
(ग) $\frac{५}{८}$ सेर व $\frac{७}{१६}$ सेर (घ) $\frac{३}{४}$ रुपया व $\frac{५}{८}$ रुपया
(ङ) $\frac{२}{३}$ तोला व $\frac{३}{४}$ तोला।

(८) निम्नाङ्कित भिन्नों में कौन सबसे बड़ा और कौन सबसे छोटा है :—

(क) $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{५}$, $\frac{५}{८}$ (ख) $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{८}$, $\frac{११}{१६}$ (ग) $\frac{२}{५}$, $\frac{३}{१०}$, $\frac{७}{१५}$
(घ) $\frac{३}{५}$, $\frac{६}{११}$ और $\frac{११}{१३}$ (ङ) $\frac{४}{७}$, $\frac{८}{१३}$ व $\frac{२३}{३७}$।

(९) एक रात में एक लालटेन में $\frac{५}{८}$ बोतल और दूसरी में $\frac{७}{१२}$ बोतल तेल जलता है। तो बताओ किस लालटेन में कम तेल खर्च होता है।

(१०) तुम क्या लेना अधिक पसन्द करोगे १०० आमों का तीन चौथाई या १२० आमों का दो तिहाई?

६—भिन्नों के भेद।

अब तक तुमको ऐसे भिन्न बतलाए गए हैं जो इकाई से छोटे हैं जैसे $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{१६}$, $\frac{३}{४}$। इन भिन्नों में मुख्य बात यह है कि इनके अंश इनकें हरों से छोटे हैं। ऐसे भिन्नों को **सम** भिन्न कहते हैं। इनके अतिरिक्त हम ऐसे भिन्नों का भी प्रयोग करते हैं जिनके अंश उनके हरों से बड़े होते हैं। इन भिन्नों को **विषम** भिन्न कहते हैं। जिस प्रकार एक रुपये के $\frac{३}{४}$ का अभिप्राय तीन चवन्नियों से है उसी प्रकार एक रुपये के $\frac{५}{४}$ का अभिप्राय पाँच चवन्नियों अर्थात एक रुपया और एक चवन्नी से है। और इसलिये हम एक रुपये के $\frac{५}{४}$ को सत्तेप में $१\frac{१}{४}$ रुपया लिख सकते हैं। $\frac{५}{४}$ के समान भिन्न को जिसमें अंश हर से बड़ा है विषम भिन्न कहते हैं, और $१\frac{१}{४}$ के समान भिन्न को जिसमें १ पूर्णाङ्क और $\frac{१}{४}$ भिन्न है **मिश्र संख्या** कहते हैं। मिश्र के अर्थ मिले हुए के होते हैं। $१\frac{१}{४}$ को पढ़ते हैं 'एक सही एक बटे चार'। इसी प्रकार एक गज के $\frac{७}{३}$ से अभिप्राय है ७ फ़ुट अर्थात २ गज १ फ़ुट से। अतएव एक गज का $\frac{७}{३} = २\frac{१}{३}$ गज। $\frac{७}{३}$ विषम भिन्न और $२\frac{१}{३}$ मिश्र संख्या है।

नोट—$२\frac{१}{३}$ का अभिप्राय है $२ + \frac{१}{३}$ न कि $२ \times \frac{१}{३}$।

उदाहरण [१] एक मील के $\frac{११}{८}$ को मीलों की मिश्र सख्या के रूप में प्रकट करो।

क्योंकि १ मील का $\frac{१}{८}$ एक फर्लांग के बराबर होता है, इसलिये एक मील का $\frac{११}{८} = ११$ फ़र्लांग।

अब ११ फर्लांग = १ मील + ३ फ़र्लांग = १ मील + १ मील का $\frac{३}{८} = १\frac{३}{८}$ मील। इसलिये १ मील का $\frac{११}{८} = १\frac{३}{८}$ मील।

रीति—विषम भिन्न को मिश्र संख्या के रूप में लाने के लिये अंश में हर का भाग दो। भजनफल मिश्र संख्या का पूर्णाङ्क, शेष मिश्र संख्या के भिन्न का अंश और भाजक मिश्र संख्या का हर होगा। यदि शेष कुछ न रहे तो विषम भिन्न केवल पूर्णाङ्क होगा। जैसे $\frac{६}{२}$=३।

उदाहरण [२] २$\frac{५}{८}$ रुपये को रुपये के विषम भिन्न के रूप में प्रकट करो।

क्योंकि $\frac{१}{८}$ रुपया से अभिप्राय एक दुअन्नी से है इसलिए $\frac{५}{८}$ रुपये से अभिप्राय ५ दुअन्नियों से होगा और दो रुपया = १६ दुअन्नी। अतएव २$\frac{५}{८}$ रुपया = १६ दुअन्नी + ५ दुअन्नी = २१ दुअन्नी = $\frac{२१}{८}$ रुपया। इसका यह फल हुआ कि मिश्र संख्या २$\frac{५}{८}$ = विषम भिन्न $\frac{२१}{८}$। इससे हम निम्नांकित रीति निकालते हैं।

रीति—मिश्र संख्या को विषम भिन्न के रूप में लाने के लिये, पूर्णाङ्क को भिन्न के हर से गुणा करो और गुणनफल में भिन्न का अंश जोड़ कर योगफल को विषम भिन्न का अंश मानो और मिश्र संख्या के हर को विषम भिन्न का हर बनाओ।

क्योंकि किसी पूर्णाङ्क को इकाई से भाग देने से उसके मूल्य में कुछ अन्तर नहीं पड़ता, इसलिये किसी पूर्णाङ्क को विषम भिन्न के रूप में प्रकट कर सकते हैं, जैसे ५ = $\frac{५}{१}$ = $\frac{१०}{२}$ = $\frac{१५}{३}$ इत्यादि।

अभ्यास १८

(१) ३$\frac{३}{४}$ रुपयों में कितनी चवन्नियाँ सम्मिलित हैं ?

(२) ५$\frac{५}{१६}$ सेरों में कितनी छटाँकें सम्मिलित हैं ?

(३) १९ दुअन्नियों में कितने रुपये सम्मिलित हैं ? इनको रुपयों की मिश्र संख्याओं में किस प्रकार लिखोगे ?

(४) २५ फुट में कितने पूरे गज सम्मिलित हैं ? २५ फुट को गजों की मिश्र संख्या मे किस प्रकार लिखोगे ?

(५) विषम भिन्न के रूप में प्रकट करो :—
२$\frac{१}{६}$, ३$\frac{२}{३}$, ३$\frac{५}{८}$, ११$\frac{३}{४}$, १७$\frac{३}{७}$, ४$\frac{१}{१२}$, १५$\frac{१}{८}$, ३$\frac{७}{१६}$, ८$\frac{१}{१४}$, ५$\frac{७}{१५}$, ८$\frac{३}{१३}$, १५$\frac{१}{५}$ ।

(६) निम्नाङ्कित विषम भिन्नों को मिश्र संख्या और पूर्ण संख्या के रूप में परिवर्तित करो :—
$\frac{३}{२}$, $\frac{५}{४}$, $\frac{६}{३}$, $\frac{२८}{७}$, $\frac{३१}{५}$, $\frac{६१}{१२}$, $\frac{७४}{९}$, $\frac{८४}{१४}$, $\frac{१०५}{१५}$, $\frac{११५}{१६}$, $\frac{१३०}{१५}$, $\frac{१४४}{१२}$ ।

(७) रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ?

$\frac{—}{६}$ = ७, $\frac{१२}{—}$ = ३, $\frac{४२}{—}$ = ६, $\frac{—}{६}$ = ३$\frac{१}{६}$, $\frac{—}{७}$ = ५$\frac{१}{७}$ ।

(८) यदि प्रत्येक लड़के को एक केले का चौथाई भाग दिया जाय तो १६ लड़कों में विभाजित करने के लिये कितने केलों की आवश्यकता होगी ?

(९) निम्नाङ्कित का मूल्य क्या है ?
१ रुपये का $\frac{११}{१६}$, १ मन का $\frac{४}{४०}$, १ मील का $\frac{३५}{८}$, १ घंटे का $\frac{६५}{६०}$ ।

(१०) निम्नाङ्कित पूर्ण संख्याओं को ऐसे विषम भिन्नों में प्रकट करो जिनके हर १५ हो :—
५, ७, ३, ९, १, ८ ।

७—भिन्नों का येाग।

उदाहरण—[१] $\frac{१}{७}$ श्रौर $\frac{२}{७}$ मिलकर कितने होंगे ?

एक रेखा खींचकर उसके ७ बराबर भाग करेा। पहले एक भाग लेा श्रौर फिर दो भाग। कुल कितने भाग हुए! तीन। तुमने कुल रेखा का कौन-सा भिन्न लिया ? $\frac{३}{७}$। इसलिये

$$\frac{१}{७}+\frac{२}{७}=\frac{१+२}{७}=\frac{३}{७}$$ उत्तर।

श्रब तुम समझ गए होगे कि जिस प्रकार हम ३ चवन्नियों श्रौर चार चवन्नियों केा जोडकर ७ चवन्नियाँ कहते हैं उसी प्रकार हम एक सातवें श्रौर दो सातवें केा जेाड़कर ३ सातवें कह सकते हैं। इसलिये तुमको समान हरवाले भिन्नों के जेाड़ने में केाई कठिनाई न होनी चाहिए।

उदाहरण [२] $\frac{३}{१०}$, $\frac{९}{१०}$, $\frac{५}{१०}$ श्रौर $\frac{७}{१०}$ केा जोड़ेा।

$$\frac{३}{१०}+\frac{९}{१०}+\frac{५}{१०}+\frac{७}{१०}=\frac{३+९+५+७}{१०}=\frac{२४}{१०}=२\frac{४}{१०}$$

$$=२\frac{२}{५}$$ उत्तर।

रीति—एक बड़ी रेखा खींच कर उसके नीचे सम हर लिखेा। रेखा के ऊपर श्रंशों केा लिख कर जेाड़ेा। येागफल के भिन्न केा यदि श्रावश्यकता हेा तेा मिश्र संख्या में प्रकट करेा श्रौर उत्तर सदा संक्षेप में लिखेा।

तुम जानते हेा कि केवल एक प्रकार की वस्तुएँ जोड़ी जा सकती हैं जैसे ३ रुपये श्रौर ४ रुपये। यदि तुम ३ रुपये श्रौर ४ गज केा जेाड़ना चाहेा तेा नहीं जोड़ सकते हेा। यदि ध्यान दो तेा तुमको मालूम होगा कि तुम ३ रु० श्रौर ४ श्रा० को भी नहीं जोड़ सकते हेा जब तक रुपयों केा श्रानों में परिवर्तित न

कर लो। ३ रु० + ४ आ० को ३ रु० ४ आ० कहना जोड़ नहीं है। इसी प्रकार उन भिन्नों का जोड़ना जिनके हर बराबर नहीं हैं असम्भव है जब तक इनके हर बराबर न कर लिए जायँ। भिन्नों के हरों का बराबर करना तुम भली भाँति सीख चुके हो।

उदाहरण [३] $\frac{१}{३}$ और $\frac{१}{४}$ का योग क्या होगा ?

३ और ४ का लघुतम समापवर्त्य १२ है।

इसलिये $\frac{१}{३}+\frac{१}{४}=\frac{४}{१२}+\frac{३}{१२}=\frac{४+३}{१२}=\frac{७}{१२}$ उत्तर।

उदाहरण [४] $\frac{२}{३}$, $\frac{४}{५}$ और $\frac{१४}{१५}$ को जोड़ो।

३, ५ और १५ का लघुतम समापवर्त्य १५ है।

इसलिये $\frac{२}{३}+\frac{४}{५}+\frac{१४}{१५}=\frac{१०}{१५}+\frac{१२}{१५}+\frac{१४}{१५}=\frac{१०+१२+१४}{१५}$

$=\frac{३६}{१५}=२\frac{६}{१५}=२\frac{२}{५}$ उत्तर।

नोट—भली भाँति अभ्यास हो जाने पर दिए हुए भिन्नों के समान भिन्नों को अलग अलग लिखना आवश्यक न होगा। मोटी लकीर खींचकर उसके नीचे सम हर लिख कर उसके ऊपर नए अंश एक साथ लिखे जा सकेंगे।

उदाहरण [५] एक मनुष्य एक काम को ४ घंटे में और दूसरा उसको ५ घंटे में कर सकता है। तो दोनों आदमी मिलकर एक घंटे में उस काम का कौन-सा भाग कर लेंगे ?

क्योंकि पहला मनुष्य पूरे काम को ४ घंटे में करता है इसलिये वह एक घंटे में उस काम का $\frac{१}{४}$ भाग कर लेगा।

क्योंकि दूसरा मनुष्य पूरे काम को ५ घंटे में करता है इसलिये वह एक घंटे में उस काम का $\frac{१}{५}$ भाग कर लेगा।

अतएव दोनों मनुष्य मिलकर एक घंटे में उस काम का $\frac{१}{४}+\frac{१}{५}=\frac{५+४}{२०}=\frac{९}{२०}$ भाग कर लेंगे।

अभ्यास २०

(प्रश्न १ से ९ तक मुखाग्र)

मान बताओ :—

(१) $\frac{४}{९}+\frac{५}{६}$ (२) $\frac{२}{११}+\frac{३}{११}+\frac{६}{११}$ (३) $\frac{३}{१५}+\frac{४}{१५}+\frac{१}{१५}$

(४) $\frac{१}{२०}+\frac{७}{२०}+३\frac{३}{२०}+\frac{९}{२०}$ (५) $\frac{१}{२४}+\frac{५}{२४}+\frac{६}{२४}$

(६) $\frac{१}{३}$ रुपया $+\frac{१}{२}$ रुपया (७) $\frac{१}{४}$ मन $+\frac{१}{६}$ मन ।

(८) एक किसान ने एक खेत के $\frac{१}{२}$ भाग में गेहूँ और $\frac{३}{४}$ भाग में जव बोए। बताओ उसने खेत के कितने भाग में अनाज बोया।

(९) एक मनुष्य अपनी आय का $\frac{१}{३}$ भाग खाने पीने में और $\frac{१}{६}$ भाग कपड़ों में व्यय करता है। तो वह अपनी आय का कौन-सा भाग व्यय करता है ?

(१०) एक वर्ग बनाओ और उसमें उसका $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{४}$ और $\frac{१}{८}$ प्रकट करो। तीनों भागों का योग कुल का कौन-सा भाग है ?

(११) $\frac{१}{४}+\frac{३}{१६}=$? (१२) $\frac{१}{३}+\frac{२}{२५}=$? (१३) $\frac{३}{२०}+\frac{३}{५}+\frac{१}{२}=$?

(१४) $\frac{१}{१०}$ मन $+\frac{१}{६}$ मन $+\frac{३}{२०}$ मन $=$?

(१५) $\frac{१}{२२}$ मील $+\frac{३}{२२}$ मील $+\frac{३३}{२२}$ मील $=$?

(१६) $\frac{३}{८}$ तो० $+\frac{५}{१६}$ तो० $+\frac{१}{३२}$ तो० $=$? (१७) $\frac{१}{२}+\frac{३}{३२}+\frac{७}{६४}=$?

(१८) $\frac{१}{३}+\frac{१}{४}+\frac{१}{५}+\frac{१}{६}=$?

(१९) मैं प्रातःकाल $\frac{३}{८}$ सेर और संध्या-समय $\frac{१}{२}$ सेर दूध पीता हूँ, तो बताओ दिन में कितना दूध पीता हूँ।

(२०) राम के पास $\frac{१}{८}$ रु० है और श्याम के पास राम से $\frac{१}{२}$ रु० अधिक है तो राम और श्याम के पास कितना धन है ?

(२१) मैंने $\frac{१}{६}$ रु० का कागज, $\frac{१}{३}$ रु० की एक पुस्तक और $\frac{१}{२}$ रु० के निब मोल लिए। तो मैंने रुपये का कौन-सा भाग व्यय किया ?

(२२) एक हौज एक नल से ६ घण्टे में और दूसरे से ८ घण्टे में पूरा भर जाता है। यदि दोनों नल एक साथ खोल दिए जायँ तो एक घण्टे में हौज का कौन-सा भाग भर जायगा ?

(२३) वह कौन सी संख्या है जिसमें से यदि $\frac{३}{४}$ घटाएँ तो $\frac{२}{५}$ शेष रहे ?

(मिश्र संख्याओं और विषम भिन्नों का जोड़)

उदाहरण [१] $१\frac{२}{३}$, $३\frac{४}{५}$ और $४\frac{१}{३०}$ को जोड़ो।

३, ५, ३० का लघुतम समापवर्त्य = ३०। इसलिये

$१\frac{२}{३}+३\frac{४}{५}+४\frac{१}{३०}$

$=१+३+४+\frac{२}{३}+\frac{४}{५}+\frac{१}{३०}=८+\frac{२०}{३०}+\frac{२४}{३०}+\frac{१}{३०}$

$=८+\frac{२०+२४+१}{३०}=८+\frac{४५}{३०}=८+१+\frac{१५}{३०}$

$=९+\frac{१}{२}=९\frac{१}{२}$ उत्तर।

रीति—मिश्र संख्याओं के जोड़ने में पूर्ण संख्याओं को अलग और भिन्नों को अलग जोड़ना चाहिए। यदि भिन्नों का जोड़ विषम भिन्न आए तो उसे मिश्र संख्या में प्रकट करना चाहिए और उत्तर सदा संक्षेप रूप में लिखना चाहिए।

उदाहरण [२] $\frac{१७}{५}$, $\frac{३१}{१०}$ और $\frac{७९}{१५}$ को जोड़ो ।

५, १० और १५ का लघुतम समापवर्त्य = ३० । इसलिये

$\frac{१७}{५}+\frac{३१}{१०}+\frac{७९}{१५}=३\frac{२}{५}+३\frac{१}{१०}+५\frac{४}{१५}$

$=३+३+५+\frac{१२}{३०}+\frac{३}{३०}+\frac{८}{३०}=११+$

$\frac{१२+३+८}{३०}=११+\frac{२३}{३०}$

$=११\frac{२३}{३०}$ उत्तर ।

नोट—विषम भिन्नों को सदा मिश्र संख्याओं मे परिवर्तित कर लेना चाहिए । यदि कोई भिन्न संक्षिप्त किया जा सके तो लघुतम समापवर्त्य निकालने के पहले उसे संक्षिप्त कर लेना चाहिए ।

अभ्यास २१

मान बताओ :—

(१) $२\frac{१}{४}$ रु० + $\frac{१}{४}$ रु०　　(२) $६\frac{१}{३}$ रु० + $\frac{५}{६}$ रु०

(३) $४\frac{१}{३}$ मन + $२\frac{२}{३}$ मन　　(४) $१\frac{१}{५}$ + $\frac{२६}{५}$

(५) $\frac{३३}{२४}+\frac{७}{१२}$　　(६) $\frac{२}{११}+१\frac{१}{११}+३\frac{३}{११}$

(७) $\frac{४५}{२०}+\frac{५}{२०}+१\frac{३}{२०}$　　(८) $\frac{१७}{४}+\frac{११}{४}+\frac{५}{४}$

(९) मेरे पास $३\frac{३}{४}$ रुपये थे मेरे भाई ने मुझको $७\frac{१}{२}$ रुपये और दिए तो अब मेरे पास कुल कितने रुपये हो गए ?

(१०) उस लकड़ी की लम्बाई क्या होगी जो $२\frac{३}{८}$ गज भूमि मे गड़ी हुई हो और $३\frac{१}{४}$ गज भूमि के ऊपर हो ?

(११) मैं प्रातःकाल $६\frac{७}{८}$ मील और सध्या-समय $२\frac{१}{१६}$ मील चलता हूँ तो मैं प्रतिदिन कितना चलता हूँ ?

(१२) $\frac{१७}{१२}+\frac{१३}{१२}$ को कितने में से घटाएँ कि शेष $\frac{१}{१२}$ बचे ?

(१३) मुझे स्टेशन तक जाने में $१\frac{५}{१८}$ घण्टे और वहाँ से लौटने में $\frac{११}{१२}$ घण्टे लगते हैं तो आने जाने में कितनी देर लगती है ?

निम्नलिखित का मान निकालो :—

(१४) $५\frac{१}{२}$ गज + $७\frac{१}{२}$ गज + $९\frac{५}{१६}$ गज

(१५) $९\frac{३}{४}$ मन + $१७\frac{१}{२}$ मन + $२५\frac{५}{१२}$ मन + $\frac{३}{४}$ मन

(१६) $\frac{२५}{४} + \frac{१६}{५} + \frac{१५}{३}$ (१७) $\frac{१९}{६} + \frac{२७}{२} + \frac{३५}{१२}$

(१८) $१७\frac{१५}{१६}$ गज, $४३\frac{३}{४}$ गज, $१४\frac{७}{१२}$ गज लम्बी रस्सियों के जोड़ने से कितनी लम्बी रस्सी बनेगी ?

(१९) मेरे कोट में $४\frac{१}{३}$ गज, पतलून में $२\frac{१}{२}$ गज, कमीज में $३\frac{१}{४}$ गज और कुर्ते मे $२\frac{३}{८}$ गज कपड़ा लगता है तो चारों चीजों में कितना कपड़ा लगेगा ?

(२०) राधे के पास $३०४\frac{११}{१६}$ रुपये हैं और मोहन के पास राधे से $१२९\frac{१७}{१८}$ रुपये अधिक हैं। बताओ दोनों के पास कितने रुपये हैं।

८—भिन्नों का घटाना।

उदाहरण [१] $\frac{३}{४}$ में से $\frac{१}{४}$ को घटाओ।

एक रेखा खींच कर चार बराबर भाग करो। अब तीन भागों को लेकर उनमें से १ भाग निकाल दो। दो भाग शेष रह जायेंगे जो पूरी रेखा का $\frac{२}{४}$ अर्थात $\frac{१}{२}$ भाग प्रकट करेंगे।

इसलिये $\frac{३}{४} - \frac{१}{४} = \frac{३-१}{४} = \frac{२}{४} = \frac{१}{२}$ उत्तर।

यदि एक भिन्न को दूसरे ऐसे भिन्न में से घटाना हो जिसका हर पहले भिन्न के हर से भिन्न हो तो जैसा कि जोड़ में बतलाया गया है उन भिन्नों को सम हर कर लेना चाहिए।

उदाहरण [२] $\frac{१}{३}$ मे से $\frac{१}{४}$ को घटाओ।

३ और ४ का लघुतम समापवर्त्य = १२।

इसलिये $\frac{१}{३} - \frac{१}{४} = \frac{४}{१२} - \frac{३}{१२}$

$$= \frac{४ - ३}{१२} = \frac{१}{१२} \text{ उत्तर।}$$

नोट—भली भाँति अभ्यास हो जाने पर दिए हुए भिन्नों के समान भिन्नों को अलग अलग लिखना आवश्यक न होगा।

अभ्यास २२

(प्रश्न १ से ६ तक मुखाग्र)

सरल करो :—

(१) १ − $\frac{१}{८}$ (२) १ − $\frac{३}{७}$ (३) २ − $\frac{२}{११}$

(४) $\frac{५}{७} - \frac{३}{७}$ (५) $\frac{२}{३} - \frac{३}{८}$ (६) ५ रु० − $\frac{३}{४}$ रु०

(७) $\frac{७}{९}$ और $\frac{२}{३}$ मे कौन-सा भिन्न बड़ा है और कितना ?

(८) मेरे पास $\frac{५}{६}$ मन और मेरे भाई के पास $\frac{७}{८}$ मन गेहूँ है, बताओ किसके पास अधिक गेहूँ है और कितना ?

(९) $\frac{३}{८}$ में कितना जोड़ा जाय कि योगफल $\frac{५}{१२}$ हो जाय ?

(१०) आकृति खींच कर ज्ञात करो कि नीचे दिए हुए प्रत्येक दो भिन्नों में कौन-सा भिन्न बड़ा है और कितना ? उत्तरों की जाँच क्रिया द्वारा करो।

(क) $\frac{५}{६}$, $\frac{२}{३}$ (ख) $\frac{३}{८}$, $\frac{५}{१६}$।

निम्नलिखित का मूल्य निकालो :—

(११) $\frac{१५}{३२}$ रु० − $\frac{११}{३२}$ रु० (१२) $\frac{१३}{२०}$ मन − $\frac{७}{२०}$ मन

(१३) $\frac{५७}{७२} - \frac{७}{२४}$ (१४) $\frac{३३}{३५}$ मील − $\frac{३}{७}$ मील

(१५) $\frac{३५}{६३} - \frac{२}{७}$ (१६) १० − $\frac{३७}{४०}$

(१७) मेरे पास $\frac{५}{१६}$ रु० का धन था। मैंने उसमें से $\frac{१}{४}$ रुपया खर्च कर दिया तो मेरे पास अब कितना धन शेष रहा ?

(१८) एक पेंसिल $\frac{१}{६}$ फुट लम्बी थी। उसमें से $\frac{१}{२४}$ फुट एक ओर से काट ली गई तो पेंसिल कितनी लम्बी रह गई ?

(मिश्र संख्याओं और विषम भिन्नों का घटाना)

उदाहरण [१] ३ में से $\frac{७}{१०}$ घटाओ।

$$३ - \frac{७}{१०} = २ + १ - \frac{७}{१०} = २ + \frac{१०}{१०} - \frac{७}{१०}$$

$$= २ + \frac{१० - ७}{१०} = २ + \frac{३}{१०} = २\frac{३}{१०} \text{ उत्तर।}$$

विवरण—पूर्ण संख्या में से १ को अलग कर लिया और इसको $\frac{१०}{१०}$ करके $\frac{७}{१०}$ को इसमें से घटा दिया। इकाई को ऐसे भिन्न में परिवर्तित करते हैं कि उसका हर वियोजक के भिन्न के हर के समान हो।

उदाहरण [२] $५\frac{३}{४}$ में से $३\frac{७}{९}$ को घटाओ।

$५\frac{३}{४} - ३\frac{७}{९} = ५ - ३ + \frac{३}{४} - \frac{७}{९}$ (४ और ९ का लघु० समा० = ३६)

$$= २ + \frac{२७ - २८}{३६} = २ - \frac{१}{३६} = १ + \frac{३६}{३६} - \frac{१}{३६}$$

$$= १\frac{३५}{३६} \text{ उत्तर।}$$

विवरण—पूर्ण संख्याओं को अलग करके उनमें घटाने की क्रिया को।

क्योंकि २७ में से २८ नहीं घटाया जा सकता है इसलिये २८ में से २७ को घटा करके भिन्न $\frac{१}{३६}$ के पहले ऋण का चिह्न रक्खा। अब २ में से $\frac{१}{३६}$ उदाहरण १ की रीति से घटाया।

उदाहरण [३] $\frac{७५}{२४}$ में से $\frac{४६}{३६}$ को घटाओ।

$$\frac{७५}{२४} - \frac{४६}{३६} = ३\frac{३}{२४} - १\frac{१०}{३६} = ३\frac{१}{८} - १\frac{५}{१८}$$
$$= ३ - १ + \frac{१}{८} - \frac{५}{१८}$$
$$= २ + \frac{९-२०}{७२} = २ - \frac{११}{७२}$$
$$= १ + \frac{७२}{७२} - \frac{११}{७२}$$
$$= १\frac{६१}{७२} \text{ उत्तर।}$$

नियम—विषम भिन्नों को मिश्र संख्याओं के रूप में परिवर्तित कर लो। जो भिन्न संक्षिप्त हो सकते हों उनको संक्षिप्त कर लो। फिर उदाहरण २ की क्रिया से उत्तर निकालो।

अभ्यास २३

निम्नलिखित का मूल्य निकालो :—

(१) $१\frac{३}{४}$ रु० − $\frac{३}{४}$ रु०
(२) ५ तोला − $३\frac{४}{७}$ तोला
(३) $६\frac{३}{८}$ मन − $५\frac{३}{८}$ मन
(४) $४\frac{१}{३}$ मील − $२\frac{३}{४}$ मील
(५) $१० - \frac{१११}{१२०}$
(६) $१ - \frac{४७}{४८}$
(७) $४\frac{७}{८} - २\frac{१}{८}$
(८) वह कौन-सा भिन्न है जिसमें यदि $\frac{५}{८}$ जोड़ा जाय तो पूरी इकाई हो जाय ?

(९) दो बच्चों की अवस्थाओं में क्या अन्तर है यदि उनकी अवस्थाएँ $३\frac{१}{२}$ वर्ष और $४\frac{१}{३}$ वर्ष हों ?

(१०) एक लड़के ने $५\frac{१}{४}$ छटाँक मिठाई मोल ली और उसमें से उसने $२\frac{३}{४}$ छटाँक मिठाई अपने छोटे भाई को दे दी बताओ उसके पास कितनी मिठाई शेष रही।

(११) एक बर्तन में $१\frac{१}{६}$ पाव पानी था। उसमें $४\frac{१}{२}$ पाव दूध डाल दिया गया। बताओ इस मिश्रण में दूध पानी से कितना अधिक है ?

(१२) राम तौल में $१\frac{७}{१०}$ मन और श्याम $\frac{१}{२}$ मन है। तो राम तौल में श्याम से कितना अधिक है ?

(१३) दो भाइयों की ऊँचाई $१\frac{५}{१२}$ गज व $१\frac{१}{२}$ गज है। तो एक भाई दूसरे से कितना अधिक ऊँचा है ?

(१४) निम्नलिखित का मान निकालो :—

(क) $\frac{१}{२}$ रु० − $\frac{११}{४}$ रु० (ख) $\frac{६१}{४०}$ मन − $\frac{११}{२०}$ मन

(१५) नीचे के रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ?

(क) $\frac{११}{५}$ − ...... = $\frac{९}{२०}$

(ख)...... − $१\frac{५}{६}$ = $२\frac{३}{४}$।

(एक साथ धन और ऋण भिन्न).

जब कई धन और ऋण भिन्न एक साथ आवें तो उनके सरल करने की रीति निम्नलिखित है।

(१) जो भिन्न संक्षिप्त हो सकते हों उन्हें संक्षिप्त कर लो। संक्षिप्त करने पर जिन भिन्नों के हर समान हों उनको जोड़ या घटा कर इकट्ठा कर लो।

(२) विषम भिन्नों को मिश्र संख्याओं में परिवर्तित कर लो।

(३) पूर्ण संख्याओं को अलग जोड़ो और घटाओ।

(४) धन भिन्नों को एक साथ और ऋण भिन्नों को एक साथ जोड़ो। फिर दोनों योगों का अन्तर निकालो।

(५) क्रिया (४) के फल को क्रिया (३) के फल के साथ मिलाओ।

(६) उत्तर संक्षिप्त रूप में रक्खो।

(७) जहाँ तक सम्भव हो क्रिया मौखिक करो।

उदाहरण [१] $\frac{३६}{१६} - २\frac{१}{५} + ३\frac{३}{४} + \frac{३५}{१५} - १\frac{१}{४} + \frac{२४}{६}$ को सरल करो।

पहला भिन्न संक्षिप्त करने पर $\frac{९}{४}$ हुआ जो $२\frac{१}{४}$ के बराबर है। इसको तीसरे भिन्न $३\frac{३}{४}$ के साथ मिलाया तो दोनों का योग ६ हुआ। $\frac{३५}{१५}$ को संक्षिप्त किया तो $\frac{७}{३}$ अर्थात $२\frac{१}{३}$ आया। $\frac{२४}{६}$ को संक्षिप्त किया तो ४ आया।

अब दी हुई राशि

$= ६ - २\frac{१}{५} + २\frac{१}{३} - १\frac{१}{४} + ४$

$= ६ - २ + २ - १ + ४ + \frac{१}{३} - (\frac{१}{५} + \frac{१}{४})$

[धन २ और ऋण २ को देखते ही काट सकते हैं]

$= ९ + \frac{१}{३} - \frac{४+५}{२०}$

$= ९ + \frac{१}{३} - \frac{९}{२०}$

$= ९ + \frac{२०-२७}{६०} = ९ - \frac{७}{६०} = ८ + \frac{६०-७}{६०}$

$= ८\frac{५३}{६०}$ उत्तर।

अभ्यास २४ (लिखकर)

निम्नलिखित का मान निकालो :—

(१) $७ - ३\frac{१}{२} + ५ - १\frac{१}{२}$
(२) $१\frac{१}{४} - \frac{१}{२} + २\frac{३}{४} - \frac{३}{२}$
(३) $\frac{५४}{८} + ५\frac{१}{४} + ६\frac{१}{२} - ७\frac{३}{४}$
(४) $\frac{१}{३} - \frac{१}{४} + \frac{१}{२} + \frac{५}{१२}$
(५) $३\frac{३}{४} - \frac{५}{३} + २\frac{१}{२} - \frac{७}{३}$
(६) $१\frac{५}{८} - \frac{१७}{१६} + ५\frac{१}{४} - ३\frac{१}{२}$
(७) $४\frac{५}{१२} - ३\frac{२}{६} + ७\frac{१}{८} - ३\frac{३}{४}$
(८) $\frac{१}{२} + \frac{३}{५} - १\frac{१}{१०} + २$
(९) $६\frac{७}{१२} - ५\frac{३}{१६} + १\frac{२}{३} - \frac{१३}{८}$
(१०) $\frac{२५}{१८} - \frac{७५}{३०} + २\frac{१}{३}$

निम्नलिखित का मूल्य निकालो :—

(११) $४\frac{३}{८}$ रु० + $५\frac{१}{१६}$ रु० − $२\frac{३}{४}$ रु० − $\frac{१७}{८}$ रु०
(१२) $४\frac{१}{३}$ गज − $२\frac{१}{१२}$ गज + $७\frac{१}{६}$ गज − $\frac{१२३}{२४}$ गज
(१३) $७\frac{१}{५}$ मन + $१४\frac{७}{१०}$ मन − $१०\frac{१}{२}$ मन − $८\frac{३}{८}$ मन
(१४) $३\frac{१}{५}$ पौंड + $७\frac{३}{१०}$ पौंड − $६\frac{१}{२०}$ पौंड − $१\frac{१३}{२०}$ पौंड
(१५) $७\frac{५}{८}$ मील + $५\frac{३}{४}$ मील − $\frac{११}{१६}$ मील − $\frac{२३}{८}$ मील
(१६) $३\frac{७}{१२}$ और $५\frac{५}{६}$ का योग उनके अन्तर से कितना अधिक है ?
(१७) दो भिन्नों का योग $७\frac{१}{२}$ है। यदि छोटा भिन्न $३\frac{१}{४}$ हो तो बड़ा भिन्न छोटे भिन्न से कितना बड़ा है ?
(१८) $५\frac{१}{१६}$ रु० में कितना धन मिलाया जाय कि कुल धन $१५\frac{१}{३}$ रु० से केवल $३\frac{७}{८}$ रु० कम हो ?
(१९) $\frac{१}{३} + \frac{१}{४} - \frac{१}{६} + २\frac{१}{२}$ और $२\frac{१}{२} - २\frac{२}{५} - ४\frac{१}{२}$ में कौन राशि बड़ी है और कितनी ?
(२०) एक तालाब में गड़े हुए बाँस का $२\frac{१}{३}$ गज भाग जमीन में $१\frac{५}{६}$ गज भाग कीचड़ में और $२\frac{१}{२}$ गज भाग पानी मे है। यदि कुल बाँस की लम्बाई $७\frac{१}{२}$ गज हो तो कितना बाँस पानी के बाहर है ?

८—भिन्नों का गुणा

(क) सम और विषम भिन्नों को पूर्ण संख्याओं से गुणा करना।

उदाहरण [१] $\frac{३}{८}$ को ४ से गुणा करो।

तुम जानते हो कि ५ × ४ के यह अर्थ हैं कि हम ५ को ४ बार जोड़ें। इसी प्रकार $\frac{३}{८} \times ४$ का यह अर्थ है कि हम $\frac{३}{८}$ को ४ बार जोड़ें। इसलिये

$$\frac{३}{८} \times ४ = \frac{३}{८} + \frac{३}{८} + \frac{३}{८} + \frac{३}{८} = \frac{३+३+३+३}{८}$$
$$= \frac{३ \times ४}{८}$$

क्योंकि ३ को ४ बार जोड़ने का वही अर्थ है जो ३ × ४ का है। इसलिये $\frac{३}{८} \times ४ = \frac{३ \times ४}{८}$।

अब हम $\frac{३ \times ४}{८}$ को संक्षिप्त करने के लिये अंश और हर को उनके समापवर्तकों से भाग दे देते हैं तो इष्ट गुणनफल $\frac{३}{२}$ आता है जो $१\frac{१}{२}$ के बराबर है। इसलिये $\frac{३}{८} \times ४ = १\frac{१}{२}$ उत्तर।

उदाहरण [२] $\frac{४}{१५}$ को ५ से गुणा करो।

$$\frac{४}{१५} \times ५ = \frac{४}{१५} + \frac{४}{१५} + \frac{४}{१५} + \frac{४}{१५} + \frac{४}{१५}$$
$$= \frac{४+४+४+४+४}{१५} = \frac{४ \times ५}{१५_{३}} = \frac{४}{३} = १\frac{१}{३} \text{ उत्तर।}$$

उदाहरण [३] $\frac{२}{३}$ को ६ से गुणा करो।

$$\frac{२}{३} \times ६ = \frac{२}{३} + \frac{२}{३} + \frac{२}{३} + \frac{२}{३} + \frac{२}{३} + \frac{२}{३}$$
$$= \frac{२+२+२+२+२+२}{३} = \frac{२ \times ६^{२}}{३}$$
$$= \frac{४}{१} = ४ \text{ उत्तर।}$$

ऊपर के उदाहरणों से भिन्नों को पूर्ण संख्या से गुणा करने का यह नियम निकला :—

नियम—जब तुमको किसी भिन्न और पूर्ण संख्या का गुणनफल निकालना हो तो भिन्न के अंश के स्थान पर अंश और पूर्ण संख्या का गुणनफल रख दो अर्थात केवल अंश को गुणक से गुणा करो। यदि हर और गुणक में कोई गुणनखंड सम्मिलित हो तो उसे निकाल दो अर्थात दोनों को उससे भाग दो। यदि उत्तर विषम भिन्न में आए तो उसे मिश्र संख्या में परिवर्तित कर लो।

नोट १—उदाहरण २ व ३ में काटने की रीति देखो।

नोट २—उदाहरण ३ की क्रिया से तुम देखोगे कि जब हर के सब गुणनखण्ड कट जाते हैं तो वहाँ इकाई रह जाती है, शून्य नहीं। इसी प्रकार जब अंश के सब गुणनखण्ड कट जाते हैं तो वहाँ भी इकाई ही रह जाती है।

नोट ३—$\frac{३}{८}$ × ४ का वही अर्थ है जो ४ × $\frac{३}{८}$ का है। क्योंकि $\frac{३}{८}$ रुपया का चार गुना उदाहरण के अनुसार १$\frac{१}{२}$ रु० के बराबर है और ४ रु० × $\frac{३}{८}$ से ४ रु० के तीन आठवें भाग से अभिप्राय है जो १$\frac{१}{२}$ रु० के बराबर है।

अभ्यास २५ (मौखिक)

(१) एक रेखा खींचकर उसके ६ बराबर भाग करो और उनमें से ४ भाग लेकर ४ × $\frac{१}{६}$ का मान निकालो।

(२) कितना होगा ?

$\frac{३}{२}$ का ३ गुना, $\frac{३}{५}$ का ५ गुना, $\frac{१}{६}$ का ६ गुना, $\frac{४}{९}$ का ९ गुना, $\frac{५}{१८}$ का १८ गुना।

गुणा करो :—

(३) $\frac{७}{१८}$ को ५ से (४) $\frac{४}{२१}$ को ७ से (५) $\frac{३५}{२}$ को १६ से (६) $\frac{११}{१२}$ को २० से।

(७) एक पेन्सिल का मूल्य $\frac{३}{४}$ आना है तो एक दर्जन पेन्सिलों का मूल्य क्या होगा ?

(८) एक पुस्तक का मूल्य $\frac{३}{४}$ रुपया है तो वैसी ही १० पुस्तकों का क्या मूल्य होगा ?

(९) मैं एक दिन में $\frac{५}{८}$ सेर आटा खाता हूँ तो १६ दिन मे कितना आटा खाऊँगा ?

(१०) एक अँगूठी में $\frac{३}{५}$ तोला सोना लगता है तो ऐसी ही २० अँगूठियों में कितना सोना लगेगा ?

(११) एक पार्सल तौल में $\frac{१}{२}$ सेर है तो ऐसे १६ पार्सलों की तौल क्या होगी ?

(१२) एक पात्र में $\frac{३}{४}$ सेर दूध आता है तो ऐसे २४ पात्रों मे कितना दूध आएगा ?

(१३) एक गज मारकीन का दाम $\frac{७}{१६}$ रुपया है तो ८ गज मारकीन कितने में आएगी ?

(१४) $\frac{३}{८}$ तोले का ६ गुना उसके तिगुने से कितना अधिक है ?

(१५) * ($\frac{३}{१०}$ रु० × १५) + ($\frac{३}{१०}$ रु० × ७) का मूल्य क्या होगा ?

---

* ये ( ) कोष्टक के चिह्न हैं। जो राशियाँ इन चिह्नों के भीतर बंद होती है उनका मान पहले निकाल लिया जाता है और तब दूसरी क्रियाएँ की जाती हैं।

अभ्यास २६ (लिखकर)

गुणा करो :—

(१) $\frac{२}{१८}$ को ३, ५, ६ और १० से।

(२) $\frac{७१}{३६०}$ को ४, ५, ८, ९ से।

(३) $\frac{५९}{७२}$ को ९, १२, १८, २४ से।

(४) $\frac{१७}{२८}$ को १५, ३५, ७५, १०० से।

(५) $\frac{३५}{६४}$ को ८, २४, ३६, ११२ से।

(६) $\frac{७}{१८}$ को २७, ४५ से।

(७) $\frac{१६}{४५}$ को १५, ७५ से।

(८) $\frac{२५}{८४}$ को ४२, ६३ से।

(९) $\frac{४३}{८८}$ को २२ व ११० से।

निम्नलिखित रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ?

(१०) (क) $\frac{७}{२४}$ × .. = $२\frac{१}{३}$ (ख) $\frac{४}{...}$ × १८ = ८

(ग) $\frac{...}{१५}$ × ५ = $२\frac{२}{३}$ ।

(११) एक टाट की चौडाई $\frac{१}{१२}$ गज है तो ऐसे ३६ टाटों को एक साथ जोडने से कितनी चौडाई होगी ?

(१२) यदि १ बीघा में $\frac{३}{४}$ मन सरसों पैदा हो तो १२ बीघों में कितनी सरसों पैदा होगी ?

निम्नलिखित को संक्षिप्त रीति से लगाओ :—

(१३) (१३ × $\frac{३०५}{७२}$) + ($\frac{३०५}{७२}$ × ५) का क्या मूल्य होगा ?

(१४) ($\frac{१३६}{१२८}$ × ६३) – (१३ × $\frac{१३६}{१२८}$) का क्या मूल्य होगा ?

(१५) दोनों ओर का मान निकाल कर तुलना करो :—

(क) १६ मन का $\frac{१}{३२}$ = $\frac{१}{३२}$ मन × १६

(ख) २५ रु० का $\frac{२}{१८}$ = $\frac{२}{१८}$ रु० × २५

(ग) १७ मील का $\frac{१}{२}$ = $\frac{१}{२}$ मील × १७ ।

(ख) मिश्र संख्याओं को पूर्ण संख्याओं से गुणा करना ।

उदाहरण [१] ३$\frac{७}{१०}$ रु० को ५ से गुणा करो ।

३$\frac{७}{१०}$ रु० का ५ गुना = ३ रु० का ५ गुना + $\frac{७}{१०}$ रु० का ५ गुना = (३ रु० × ५) + ($\frac{७}{१०}$ रु० × ५) = १५ रु० + ३$\frac{१}{२}$ रु० = १८$\frac{१}{२}$ रु० ।

रीति—मिश्र संख्या के पूर्ण संख्या और भिन्न को गुणक से अलग अलग गुणा करके गुणनफलों को जोड़ लेते हैं । मिश्र संख्या को विषम भिन्न में परिवर्तित करने से क्रिया बढ़ जाती है ।

नोट—अब तुम किसी पूर्ण संख्या का पौवा, अद्धा, पौना, सवैया, ड्योढ़ा और अढ़ैया आदि निकाल सकते हो; क्योंकि उनका अर्थ वही है जो $\frac{१}{४}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{३}{४}$, १$\frac{१}{४}$, १$\frac{१}{२}$, और २$\frac{१}{२}$ को क्रमश: उस संख्या से गुणा करने का है ।

अभ्यास २७ (मौखिक)

कितना होता है ?

(१) २$\frac{१}{२}$ का ४ गुना (२) ३$\frac{१}{३}$ का ६ गुना ।

(३) ३$\frac{५}{६}$ का १४ गुना (४) १$\frac{३}{५}$ का १५ गुना ।

(५) ३$\frac{१}{२}$ का १८ गुना ।

निम्नलिखित का मूल्य निकालो :—

(६) १२ गज मखमल का प्रति गज $२\frac{३}{८}$ रु० के हिसाब से।

(७) १० सेर दूध का प्रति सेर $३\frac{१}{४}$ आ० के हिसाब से।

(८) १३ छातों का प्रति छाता $१\frac{१}{२}$ रु० के हिसाब से।

(९) १५ बकरियो का प्रति बकरी $६\frac{१}{८}$ रु० के हिसाब से।

(१०) एक दर्जन लिफाफों का प्रति लिफाफा $१\frac{१}{१२}$ आ० के हिसाब से।

(११) मैं एक घण्टे में $२\frac{३}{५}$ मील चल सकता हूँ। तो १० घण्टे में कितना चल सकूँगा ?

(१२) एक कमीज में $३\frac{१}{४}$ गज कपड़ा लगता है तो ऐसी ८ कमीजों में कितना कपड़ा लगेगा ?

(१३) एक टिकट का मूल्य $२\frac{३}{४}$ रु० है। तो ४ टिकट मोल लेने के पश्चात १२) में से क्या शेष बचेगा ?

(१४) एक बीघा खेत मे $३\frac{१}{१६}$ मन गेहूँ पैदा होता है तो ५ बीघा खेत में कितना गेहूँ पैदा होगा ?

(१५) $१\frac{१}{४}$ आने का १२ गुना १ रुपया से कितना कम है ?

अभ्यास २८ (लिखकर)

गुणा करो :—

(१) $३\frac{५}{१८}$ को ६, १२, २५, ४० से।

(२) $६\frac{३}{२५}$ को १६, ४८, ७२, १०० से।

(३) $१०\frac{४}{९}$ को ६३, ९०, १०५, १३५ से।

निम्नलिखित का मूल्य निकालो :—

(४) $१\frac{१३५}{१२६} \times ६३$ (५) $५\frac{७}{१२} \times ८८$ (६) $७०\frac{१५}{१८} \times १६१$

(७) १००$\frac{३६}{४९}$ × १९८ (८) ११$\frac{३७}{२४}$ × १४७ ।

(९) ३०$\frac{३१}{१५०}$ × ७५ (१०) ७$\frac{६}{१५}$ × ५३३ ।

(११) ५$\frac{११}{१२२}$ × १४४ ।

(१२) एक बोर्डिङ्ग हाउस में हर एक लड़के का मासिक व्यय १६$\frac{७}{८}$ रु० होता है तो २५ लड़कों का एक मास का क्या व्यय होगा ? इनका ४ महीनों का व्यय क्या होगा ?

(१३) एक कक्षा से एक महीने में ७२$\frac{३}{४}$ रु० फीस में आते हैं तो उस कक्षा से एक वर्ष में कितना धन फीस में प्राप्त होगा ?

(१४) २३० मन चने के दाम प्रति मन ३$\frac{३}{४}$ रु० की दर से क्या होंगे ?

(१५) ६० गज कपड़े का मूल्य प्रति गज ४$\frac{१}{२}$ रु० के भाव से क्या होगा ? अपने उत्तर की सहायता से ५९ गज कपड़े का मूल्य निकालो ।

१०—भिन्नों का भाग

(क) भिन्नों को पूर्ण संख्याओं से भाग देना ।

उदाहरण—$\frac{३}{४}$ को ३ से भाग दो ।

जिस प्रकार १२ को ३ से भाग देने का यह अभिप्राय है कि १२ का एक तिहाई निकाला जाय उसी प्रकार $\frac{३}{४}$ ÷ ३ का यह अभिप्राय है कि $\frac{३}{४}$ का एक तिहाई निकाला जाय ।

यह रेखा —।—।—।—।— पाँच बराबर भागों में बाँटी गई है और इनमे से हमने —।—।— तीन भाग लिए हैं। अब इस छोटी रेखा को ३ से भाग देने का यह अर्थ है कि हम इसके ३ बराबर भागों में से १ भाग ⌞—⌟ लें। इसलिये ऊपर की बड़ी रेखा के $\frac{३}{५}$ को ३ से भाग देने से उसका पाँचवाँ भाग प्राप्त होता है। अर्थात $\frac{३}{५} \div ३ = \frac{१}{५}$ ।

इसी प्रकार $\frac{५}{६} \div ५ =$ पाँच छठे भागों का पाँचवाँ भाग $= १$ छठा भाग $= \frac{१}{६}$, $\frac{७}{१८} \div ७ = \frac{७}{१८}$ का $\frac{१}{७} = \frac{१}{१८}$ और $\frac{३}{४} \div २ = \frac{३}{४}$ का $\frac{१}{२} = \frac{३ \times १}{४ \times २} = \frac{३}{८}$ ।

इन उदाहरणों से हम भिन्नों को पूर्ण सख्याओं से भाग देने का निम्नलिखित नियम निकालते हैं।

नियम—किसी भिन्न को पूर्ण सख्या से भाग देने का केवल यही अर्थ है कि उसके हर को पूर्ण संख्या से गुणा करो। यदि भाजक और भिन्न के अंश में कोई गुणनखंड सम्मिलित हो तो उसे निकाल दो।

नोट १—मिश्र सख्याओं को पूर्ण संख्याओं से भाग देने के लिये उनको विषम भिन्नों के रूप में परिवर्तित कर लेना चाहिए।

उदाहरणतया $४\frac{२}{३} \div ७ = \frac{१४}{३} \times \frac{१}{७} = \frac{२}{३}$ ।

नोट २—अब तुम साधारण न कटनेवाले भाग के फल को सर्वदा भिन्न के रूप मे प्रगट कर सकते हो।

उदाहरणतया $२५ \div ७ = \frac{२५}{७} = ३\frac{४}{७}$ ।

अभ्यास २९ (मौखिक)

मान बताओ :—

(१) १७ ÷ ४ (२) २३ + ६ (३) $\frac{२}{३}$ − ४ (४) $\frac{७}{९}$ + ७

(५) $\frac{१५}{१६}$ ÷ ५ (६) $\frac{३५}{३६}$ ÷ १५ (७) $२\frac{७}{९}$ − २३ (८) $५\frac{४}{७}$ + १३

(९) $४\frac{३}{५}$ − ११ (१०) $२\frac{१}{४}$ ÷ ९।

(११) $२\frac{१}{२}$ रु० को ५ लड़कों में बराबर बराबर बाँटो। प्रत्येक को क्या मिलेगा ?

(१२) एक नौकर का १ सप्ताह का वेतन $५\frac{१}{४}$ रु० है तो उसका एक दिन का वेतन क्या होगा ?

(१३) एक बर्तन में $७\frac{१}{२}$ सेर पानी आता है। यदि वह एक छोटे बर्तन से ३ बार में पूरा भरा जा सकता हो तो छोटे बर्तन में कितना पानी आता है ?

(१४) रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ?

(क) $\frac{१}{३}$ ÷ ... = $\frac{१}{१५}$ (ख) $\frac{२}{५}$ ÷ ... = $\frac{१}{१०}$

(ग) $\frac{१}{७}$ ÷ ६ = $\frac{१}{४२}$ (घ) द − १२ = $\frac{१}{२०}$।

(१५) ५ सेर मक्खन का मूल्य $१२\frac{१}{२}$ रु० है तो एक सेर मक्खन का मूल्य निकालो।

अभ्यास ३० (लिखकर)

निम्नलिखित का मूल्य निकालो :—

(१) $८\frac{६}{७}$ ÷ ३१ (२) $९\frac{३}{८}$ ÷ २० (३) $९\frac{१५}{१७}$ + ७

(४) $१६\frac{३}{७}$ ÷ २३ (५) $१५\frac{६}{७}$ ÷ ४७ (६) $२\frac{३४}{३५}$ ÷ २४, ४०

(७) $६\frac{६}{७}$ ÷ २४, १८ (८) $७\frac{३}{८}$ ÷ २, १९।

(९) ८$\frac{१}{२}$ ÷ ५, १३ (१०) १$\frac{१}{६}$ ÷ १५, २५, ४०

(११) $\frac{३५४}{१२७}$ ÷ १४, ११ (१२) $\frac{३२१२}{१२५}$ ÷ ८८।

नीचे के प्रश्नों का छोटे से छोटे परिमाण तक उत्तर निकालो। और यदि फिर भी कुछ शेष रहे तो उसे भिन्न के रूप में प्रकट करो :—

(१३) ३७ रु० १५ आ० ५$\frac{१}{३}$ पा० ÷ ६ (१४) १२१ रु० ६ आ० ३$\frac{३}{४}$ पा० ÷ ३५ (१५) ३२० मन १५ सेर १३$\frac{१}{३}$ छटाँक ÷ ३६ (१६) ४८ मील ३ फरलांग ५५$\frac{५}{६}$ गज ÷ ४०

(१७) २१ घ० २ मिनट २$\frac{१}{३}$ सेकण्ड ÷ १८।

(१८) २१ मन घी का मूल्य १२८०$\frac{३}{४}$ रु० है तो १ मन घी का मूल्य निकालो।

(१९) २५ घोड़ों का मूल्य ३६३८$\frac{३}{५}$ रु० है तो एक घोड़े का मूल्य क्या होगा ?

(२०) १५ बकरियों का मूल्य १३६$\frac{४}{७}$ रुपया है तो १ बकरी का मूल्य क्या है ? ५ बकरियों का मूल्य क्या है ?

११—मिश्र राशियाँ और भिन्न।

(क) मिश्र राशियों के भिन्न।

उदाहरण—५ रु० ५ आ० ३ पा० के $\frac{२}{३}$ का मूल्य निकालो।

इस प्रश्न को हल करने की तीन रीतियाँ हो सकती हैं। प्रथम यह कि ५ रु० ५ आ० ३ पाई के दूने को ३ से भाग दें। दूसरे यह कि ५ रु० ५ आ० ३ पाई के तिहाई को २ से गुणा करें। और तीसरे यह कि ५ रु० ५ आ० ३ पाई में से उसके तिहाई को घटाएँ।

उदाहरण [१] ५, १० का कौन-सा भिन्न है ?

अभीष्ट भिन्न = ५ ÷ १० = $\frac{५}{१०}$ = $\frac{१}{२}$ ।

उदाहरण [२] २५ रु०, ७५ रु० का कौन-सा भिन्न है ?

अभीष्ट भिन्न = $\frac{२५ \text{ रु०}}{७५ \text{ रु०}} = \frac{२५}{७५} = \frac{१}{३}$ ।

ऊपर के उदाहरणों को देखने से ज्ञात होगा कि जब एक राशि को किसी दूसरी राशि के भिन्न में परिवर्तित करना होता है तो पहली राशि को अंश और दूसरी राशि को हर बनाते हैं और इस नए भिन्न को संक्षिप्त कर लेते हैं। उत्तर सदा साधारण भिन्न में आता है।

उदाहरण [३] २ रु० ५ आ० ४ पाई को ११ रु० १० आ० ८ पाई के भिन्न मे परिवर्तित करो।

अभीष्ट भिन्न = $\frac{२ \text{ रु० } ५ \text{ आ० } ४ \text{ पा०}}{११ \text{ रु० } १० \text{ आ० } ८ \text{ पा०}} = \frac{२८८ \text{ पाई}}{२२४० \text{ पाई}}$

$= \frac{\not{२}\not{८}\not{८}\,१}{\not{२}\not{२}\not{४}\not{०}\,५} = \frac{१}{५}$ ।

यहाँ पर अंश और हर दोनों में मिश्र राशियाँ हैं। क्योंकि एक मिश्र राशि दूसरी मिश्र राशि से तभी विभाजित की जा सकती है जब दोनों एक जाति की हों इसलिये हम दोनों राशियों को एक जाति को बनाते हैं। अर्थात दोनों राशियों को पाइयों में परिवर्तित करते हैं।

अभ्यास ३२

(१) ६ इंच, १ फुट ६ इंच, ९ इंच, १ गज के कौन-से भाग हैं ?

(२) रुपये के कौन-से भाग हैं ?

५ आ० ४ पाई, १० आ० ८ पाई, १२ आ०, ४ आ०।

(३) २ पाई, ४ पाई, ६ पाई को अलग अलग एक रुपये के भिन्न में प्रकट करो।

(४) सिद्ध करो कि १० आ० ८ पाई, २ रुपये का वही भिन्न है जो १ मन २० सेर, ४ मन २० सेर का है।

(५) ३ गिरह, ५ गिरह, ६ गिरह को अलग अलग एक गज के भिन्न में प्रकट करो।

(६) २३ सेर, ५ सेर, २५ सेर को अलग अलग एक मन के भिन्न में प्रकट करो।

(७) ४ रत्ती, ६ रत्ती, ७ रत्ती को अलग अलग एक तोले के भिन्न में प्रकट करो।

(८) २५ मन, ३० मन और ४० मन में से प्रत्येक १०० मन का कौन-सा भिन्न है ?

(९) एक बाग में ६० पेड़ हैं। यदि उनमें से ४५ पेड़ मेरे हों तो मैं कुल पेड़ों के कौन-से भाग का स्वामी हूँ ?

(१०) ५ रु० १० आ० ८ पाई को १५ रु० ५ आ० ४ पाई के भिन्न में परिवर्तित करो।

(११) एक किसान के पास १० मन १५ सेर अनाज था। उसने उसमें से २ मन २० सेर अनाज बेच डाला तो उसके पास कुल अनाज का कौन-सा भाग शेष रहा ?

चौथा अध्याय

[विविध प्रश्न]

अभ्यास ३३

(१) तीन विभिन्न अङ्कों से बनी हुई छोटी से छोटी रूढ़ि संख्या कौन है ? १६७ रूढ़ि संख्या क्यों है ?

(२) ३, ५, ८ से कौन कौन संख्याएँ बन सकती हैं जो ११ से पूरी पूरी बँट जायँगी ?

(३) दो भिन्नों का योग [illegible] है। यदि बड़ा भिन्न [illegible] हो तो छोटा भिन्न क्या है ? बड़ा भिन्न छोटे से कितना बड़ा है ?

(४) $\frac{३}{४}$ रु० प्रति गज के हिसाब से १५ गज कपड़े के क्या दाम होंगे ?

(५) यदि मेरे पास ८ नारंगियाँ और होतीं तो कुल नारंगियाँ १५ लड़कों मे बराबर बराबर बँट जातीं। तो पर्याप्त नारंगियों को १५ लड़कों मे बाँटने से कितनी नारंगियाँ शेष रहेंगी ? यदि यही नारङ्गियाँ १५ के बदले ५ लड़कों मे बाँटी जायँ तो कितनी नारङ्गियाँ शेष रहेंगी।

(६) रिक्त स्थानों मे क्या होना चाहिए ? भाग के प्रश्न बिना शेष के हैं।

(क) १४ ❀ ५ – ६ (ख) ७२१ ❀ – ३ व ५ दोनों से

(ग) १४ ❀ = रूढ़िसंख्या (घ) ७ × ५ × ❀ = १४०।

(७) [illegible] और [illegible] को संक्षिप्त करो।

(८) गुणनखण्ड निकाल कर यह ज्ञात करो कि क्या १९८० (क) ३६ (ख) ४५ (ग) ९९ (घ) ३३० से पूरा पूरा विभाजित हो जायगा ?

(९) एक मनुष्य ने अपने घर की मरम्मत कराने के लिये ८ मजदूर ३$\frac{१}{२}$ आ० प्रति मजदूर प्रति दिन के हिसाब से नियत किए। यदि उसने काम समाप्त होने पर कुल २१) मजदूरों को दिए हों तो घर की मरम्मत में कितने दिन लगे ?

(१०) ३$\frac{१}{८}$ + $\frac{३}{४}$ − $\frac{२}{३}$ − $\frac{५}{६}$ का मूल्य बताओ।

(११) यदि १३ छातों का मूल्य ३२$\frac{१}{२}$ रु० हो तो एक छाता का मूल्य क्या है ?

(१२) एक बालक के पास कुछ गोलियाँ हैं। यदि वह उनको ५, ७, १२ या १५ बालकों में बराबर बराबर बाँटता है तो प्रत्येक दशा में उसके पास १ गोली शेष रहती है, तो उसके पास कम से कम कितनी गोलियाँ हैं ?

(१३) एक बजाज के पास ३२$\frac{१}{२}$ गज का एक थान था। उसने उसका $\frac{१}{१३}$ भाग बेच डाला और शेष का $\frac{१}{६}$ भाग अपने काम में लाया। बताओ उसके पास कितना कपड़ा शेष रहा।

(१४) १० रु० १० आ० ८ पाई का कौन-सा भिन्न ७ रु० २ आ० ८ पा० में जोड़ा जाय कि योगफल १२ रु० ८ आ० हो जाय ?

(१५) दो संख्याओं का योग २७ और उनका अंतर २$\frac{१}{६}$ + १$\frac{३}{४}$ − $\frac{५}{६}$ है तो वे कौन-सी संख्याएँ हैं ?

(१६) रिक्त स्थानों में छोटी से छोटी कौन संख्या हो जब कि निम्नलिखित भिन्नों में पहला भिन्न बड़ा है ?

(क) $\frac{७}{११}, \frac{\quad}{१४}$ (ख) $\frac{५}{\quad}, \frac{४}{१०}$ ।

(१७) पाँच पाँच पैसा की गड्डियाँ लगाने से ३ पैसे, सात की गड्डियाँ लगाने से ४ पैसे और दस दस पैसों गड्डियाँ लगाने से ८ पैसे शेष रहते हैं । तो कम से कितने पैसे हैं ?

(१८) बड़ी से बड़ी और छोटी से छोटी रूढ़ि संख्या जो १०५ को पूरा पूरा विभाजित कर सके ?

(१९) रिक्त स्थानों में क्या होना चाहिए ?

(क) २$\frac{२}{३}$ + ... = $\frac{१}{३}$ (ख) ... − ३$\frac{१}{६}$ = २
(ग) ५$\frac{१}{३}$ × ... = ६३ (घ) ३$\frac{१}{३}$ × १५ = ..

(२०) लघुतम समापवर्त्य निकालो :—

(क) ४५, ६३, ९६ का (ख) ७२, १२६ का ।

पाँचवाँ अध्याय

[ऐकिक नियम या एकाई की रीति]

निम्नलिखित उदाहरणों पर ध्यान दो :—

उदाहरण [१] ३ बकरियों के दाम १५) हैं तो वैसी ही ५ बकरियों के दाम क्या होंगे ?

इस प्रश्न में तुम पहले एक बकरी का मूल्य निकालने के लिये १५) को ३ से भाग दोगे और फिर ५ बकरियों का मूल्य जानने के लिये लब्धि को ५ से गुणा करोगे।

क्रिया:— ३ | १५ रु०
५ रु० एक बकरी के दाम।

५
२५ रु० पाच बकरियों के दाम।

इसी प्रश्न को तुम भिन्नों के प्रयोग से इस प्रकार लगा सकते हो :—

∵ ३ बकरियों का मूल्य = १५)

∴ १ बकरी का मूल्य = १५) ÷ ३ = १५/३ रु० = ५)

∴ ५ बकरियों का मूल्य = ५) × ५

= २५) उत्तर।

उदाहरण [२] यदि ।_/२ शकर के दाम ३।=) है तो ।_/६ शकर के क्या दाम होंगे ?

३।=) = ३ रु० + $\frac{३}{८}$ रु० = ३$\frac{३}{८}$ रु० = $\frac{२७}{८}$ रु० ।

१२ सेर शकर के दाम = $\frac{२७}{८}$ रु०

१ " " " " = $\frac{२७}{८}$ रु० − १२

= $\frac{२७}{८ \times १२}$ रु०

∴ १६ " " " " = $\frac{२७ \times १६}{८ \times १२}$ रु०

= $\frac{९}{२}$ रु० = ४।।) उत्तर ।

ऊपर के उदाहरणों को ध्यान से देखो तो ज्ञात होगा कि जिस राशि में उत्तर आना होता है उसे सदा अन्त मे रखते हैं ।

उदाहरण [३] यदि ३८॥।_/५ अनाज १० गाड़ियों में लादा जा सकता है तो वैसो ही १८ गाड़ियों में कितना अनाज लादा जा सकेगा ?

३९॥।_/५ = ३९_/ + $\frac{३५}{४०}$ मन = ३९$\frac{७}{८}$ मन = $\frac{३१९}{८}$ मन ।

१० गाड़ियों पर $\frac{३१९}{८}$ मन अनाज लादा जा सकता है

∴ १ गाड़ी पर $\frac{३१९}{८}$ मन − १० " " "

= $\frac{३१९}{८ \times १०}$ म० " " "

∴ १८ गाड़ियों पर $\frac{३१९ \times १८}{८ \times १०}$ मन " " "

∴ उत्तर हुआ $\frac{३१९ \times १८}{८ \times १०}$ म० = $\frac{२८७१}{४०}$ म० = ७१॥।-

उदाहरण [४] एक आदमी ३ घंटे में १५ मील जाता है तो (क) ४ घंटे में कितने मील जाएगा? (ख) २५ मील कितनी देर में जाएगा ?

(क) ∵ ३ घं० में १५ मील जाता है
∴ १ " " १५/३ " "
∴ ४ " " १५/३ × ४ मील जाएगा।
२० मील उत्तर।

(ख) ∵ १५ मील ३ घं० में जाता है
∴ १ " ३/१५ " " "
∴ २५ " ३/१५ × २५ घं० में जाएगा।
५ घं० उत्तर।

इन उदाहरणों में तुम देखते हो कि

१—कई वस्तुओं की कीमत या तौल इत्यादि जान कर एक वस्तु की कीमत या तौल आदि भाग द्वारा निकालते हैं।

२—एक वस्तु की कीमत या तौल आदि जान कर अधिक वस्तुओं की कीमत या तौल आदि गुणा द्वारा निकालते हैं।

इस रीति को **ऐकिक नियम या एकाई की रीति** कहते हैं, क्योंकि इस नियम में एक वस्तु की कीमत या तौल आदि निकाल कर दी हुई वस्तुओं की कीमत या तौल आदि निकालते हैं।

स्मरण रक्खो :—

१—जिस राशि या संख्या में उत्तर आना चाहिए वह सदा वाक्य के अन्त में लिखी जाती है। ऐसा करने से प्रश्न हल करने में बहुत सुविधा होती है।

उदाहरण [२] यदि ।)२ शक्कर के दाम ३।=) है तो ।)६ शक्कर के क्या दाम होंगे ?

३।=) = २ रु० + $\frac{३}{८}$ रु० = ३$\frac{३}{८}$ रु० = $\frac{२७}{८}$ रु० ।

१२ सेर शक्कर के दाम = $\frac{२७}{८}$ रु०

१ ,, ,, ,, ,, = $\frac{२७}{८}$ रु० ÷ १२

= $\frac{२७}{८ \times १२}$ रु०

∴ १६ ,, ,, ,, ,, = $\frac{२७ \times १६}{८ \times १२}$ रु०

= $\frac{९}{२}$ रु० = ४॥) उत्तर ।

ऊपर के उदाहरणों को ध्यान से देखो तो ज्ञात होगा कि जिस राशि में उत्तर आना होता है उसे सदा अन्त में रखते हैं।

उदाहरण [३] यदि ३९॥।)५ अनाज १० गाडियों में लादा जा सकता है तो वैसी ही १८ गाडियों में कितना अनाज लादा जा सकेगा ?

३९॥।)५ = ३९) + $\frac{३५}{४०}$ मन = ३९$\frac{७}{८}$ मन = $\frac{३१९}{८}$ मन ।

१० गाडियों पर $\frac{३१९}{८}$ मन अनाज लादा जा सकता है

१ गाडी पर $\frac{३१९}{८}$ मन ÷ १० ,, ,, ,,

= $\frac{३१९}{८ \times १०}$ म० ,, ,, ,,

१८ गाडियों पर $\frac{३१९ \times १८}{८ \times १०}$ मन ,, ,, ,,

∴ उत्तर हुआ $\frac{३१९ \times १८}{८ \times १०}$ म० = $\frac{२८७१}{४०}$ म० = ७१॥।)१ ।

उदाहरण [४] एक आदमी ३ घंटे में १५ मील जाता है तो (क) ४ घंटे में कितने मील जाएगा? (ख) २५ मील कितनी देर में जाएगा?

(क) ∵ ३ घं० में १५ मील जाता है
∴ १ " " $\frac{१५}{३}$ " "
∴ ४ " " $\frac{१५}{३}$ × ४ मील जाएगा।
२० मील उत्तर।

(ख) ∵ १५ मील ३ घं० में जाता है
∴ १ " $\frac{३}{१५}$ " " "
∴ २५ " $\frac{३}{१५}$ × २५ घं० में जाएगा।
५ घं० उत्तर।

इन उदाहरणों में तुम देखते हो कि

१—कई वस्तुओं की कीमत या तौल इत्यादि जान कर एक वस्तु की कीमत या तौल आदि भाग द्वारा निकालते हैं।

२—एक वस्तु की कीमत या तौल आदि जान कर अधिक वस्तुओं की कीमत या तौल आदि गुणा द्वारा निकालते हैं।

इस रीति को **ऐकिक नियम या एकाई की रीति** कहते हैं, क्योंकि इस नियम में एक वस्तु की कीमत या तौल आदि निकाल कर दी हुई वस्तुओं की कीमत या तौल आदि निकालते हैं।

स्मरण रक्खो :—

१—जिस राशि या संख्या में उत्तर आना चाहिए वह सदा वाक्य के अन्त में लिखी जाती है। ऐसा करने से प्रश्न हल करने में बहुत सुविधा होती है।

(४) रेल के तीसरे दर्जे का ५ मील का किराया –)८ पाई है, तो १९ मील यात्रा करनेवाले को कितना किराया देना पड़ेगा ?

(५) एक आदमी ६ दिन मे ७॥) कमाता है तो उसी हिसाव से १० दिन में कितना कमाएगा ?

(६) ५) मन के भाव से ७) रुपये में कितना गेहूँ मिलेगा ?

(७) ४ स्लेटों के दाम १।) हैं तो ११ स्लेटों के दाम वताओ।

नीचे लिखे ५ प्रश्नों के उत्तर वहुत सोच समझ कर दो।

(८) मेरे पास कुछ पैसे हैं। यदि मैं उनको दस दस पैसों की गड्डियों में रखता हूँ तो ६ पैसे वच रहते हैं। वताओ पाँच पाँच पैसों की गड्डियाँ लगाने से कितने पैसे शेष रहेंगे ?

(९) जव मेरी घड़ी में १ वजता है तो स्कूल की घड़ी में १½ वजता है। वताओ जव मेरी घड़ी में २ वजेंगे तो स्कूल की घड़ी में क्या समय होगा ?

(१०) एक टोकरी में ३ सेर अनाज रखकर तौलते हैं तो उसका वजन ४ सेर होता है। यदि उसमें ९ सेर अनाज रखकर तौलें तो उसका वजन क्या होगा ?

(११) १२ गजवाले कपड़े के थान से एक एक गज के टुकड़े ११ वार में फाड़े जा सकते हैं, वताओ २४ गजवाले थान से एक एक गज के टुकड़े कितनी वार में फाड़े जा सकेंगे ?

(१२) दो पट्टियों से बने हुए टाट में एक जोड़ होता है तो ८ पट्टियों से बने हुए टाट में कितने जोड़ होंगे

(१३) यदि ३ बीघा खेत का लगान ७॥) है तो १२५ बीघा खेत का लगान क्या होगा ?

(१४) यदि ८) में ३ऽ८ सेर चना मिलता है तो १५५) में कितना चना मिलेगा ?

(१५) यदि ५ बीघे में १॥ऽ२॥ धान बोया जाता है तो २९ बीघे में कितना धान लगेगा ?

(१६) ५ सेर सरसों में ऽ१॥- तेल निकलता है तो १ऽ८ सरसों में कितना तेल निकलेगा ?

(१७) ५ लालटेनों की कीमत ६॥-) है तो १४४ लालटेनों की कीमत बताओ।

(१८) १९७ बीघे की पैदावार क्या होगी जब कि १७ बीघे की पैदावार ७६॥ऽ है ?

(१९) एक रेलगाड़ी १० मिनट में ६ मील जाती है, बताओ वह ३५ मिनट में कितनी दूर जाएगी ?

(२०) एक कुँजड़ा चौबीस चौबीस फलों के ढेर लगाता है तो १५ फल शेष रहते हैं। बताओ यदि वह आठ आठ फलों के ढेर लगाए तो कितने फल शेष रहेंगे ?

(टैक्स)

सरकार को अपना खर्च चलाने के लिये रुपयों की आवश्यकता होती है इसलिये वह किसानों और मालगुजारों से लगान लेती है। इसके अतिरिक्त वह महाजनों, व्यापारियों और बड़े बड़े वेतन पानेवाले नौकरों की आमदनी पर भी टैक्स (कर) लगाती है। इसे आयकर या इनकमटैक्स कहते हैं।

इसी प्रकार शहरों में म्यूनिस्पलबोर्ड और जिलों में डिस्ट्रिक्ट काउन्सिलें अपना अपना खर्च चलाने के लिये टैक्स लेती हैं।

उदाहरण [१] प्रतिरुपया ६ पाई के हिसाब से २४००) पर कितना टैक्स देना पड़ेगा ?

∵ १) पर ६ पाई या $\frac{६}{१२ \times १६}$ रु० टैक्स है

∴ २४००) पर $\frac{२४०० \times ६}{१२ \times १६}$ रु० टैक्स होगा

= ७५ रु० उत्तर।

उदाहरण [२] एक महाजन को प्रतिरुपया ९ पा० के हिसाब से ३७५) टैक्स देना पड़ता है। तो उसकी आमदनी बताओ।

∵ ९ पा० टैक्स है १ रु० पर

∴ १ " " " $\frac{१}{९}$ रु० पर

∴ (३७५ × १६ × १२) पा० टैक्स है $\frac{१}{९}$ × ३७५ × १६ × १२ रु० पर अर्थात ८०००) पर।

अभ्यास ३५

(१) २००) माहवार पानेवाले आदमी को ६ पा० प्रतिरु० के हिसाब से कितना इनकमटैक्स देना होगा ?

(२) ६ पा० प्रतिरु० के हिसाब से ३६०) के माल पर कितनी चुङ्गी लगेगी ?

जिस काम को एक मनुष्य २१ × ८ दिन में कर सकता है उसी पर यदि ७ मनुष्य लगा दिए जायँ तो काम २१ × ८ के १/७ दिन में पूरा हो जाएगा। मनुष्यों की संख्या बढ़ जाने से दिनों को संख्या कम हो जाती है।

उदाहरण [२] ९ मनुष्य एक खेत की मेंड़ १२ दिन में उठा सकते हैं तो कितने मनुष्य उसी मेंड को ४ दिन में उठा सकेंगे?

(उत्तर में मनुष्यों की संख्या आएगी इसलिये मनुष्यों की संख्या अन्त मे लिखना चाहिए।)

१२ दिन मे मेंड उठाने के लिये ९ मनुष्य लगते हैं
१ " " " ९ × १२ मनुष्य लगेंगे
४ " " " (९ × १२ [३]) / ४ मनुष्य " "
= २७ मनुष्य उत्तर।

उदाहरण [३] एक सवार ८ मील प्रतिघंटे की चाल से चलकर ५० मिनट मे अपनी यात्रा पूरी करता है। यदि वह प्रतिघण्टा १० मील की चाल से चले तो उसे अपनी यात्रा पूरी करने मे कितना समय लगेगा?

(क्योंकि यहाँ पर उत्तर समय में आएगा इसलिये वह वाक्य के अन्त मे रक्खा गया है।)

८ मील प्रतिघण्टे की चाल से ५० मि० लगते हैं
∴ १ " " " ५० × ८ मि० लगेंगे
१० " " " (५० [५] × ८) / १० मि० "
= ४० मिनट उत्तर।

८ दिन मे गोविन्द १ पूरा खेत काट सकता है
१ " " $\frac{१}{८}$ खेत काट सकेगा।
१२ " सोहन १ खेत काट सकता है।
१ " " $\frac{१}{१२}$ खेत काट सकेगा।
$(\frac{१}{८}+\frac{१}{१२}) = \frac{३+२}{२४} = \frac{५}{२४}$ खेत दोनों मिल कर १ दिन में काट सकते हैं।

$\frac{५}{२४}$ भाग खेत दोनेा मिलकर १ दिन मे काटेंगे
$\frac{२४}{२४}$ " " $\frac{१\times२४}{५}$ दिन " "
उत्तर हुआ $\frac{२४}{५}$ दिन = ४$\frac{४}{५}$ दिन।

ऐसे प्रश्नों में जब कि सब मनुष्य बराबर काम नही करते प्रत्येक मनुष्य का प्रश्नानुसार १ दिन या १ घण्टा या १ मिनट का काम निकाल कर सबके कामों को जोड लेना चाहिए। एक दिन या एक घण्टा या एक मिनट का काम जान कर पूरे काम का समय सरलता से निकाला जा सकता है।

किन्तु जब हौज भरने और खाली करने का काम साथ साथ हेा तेा प्रश्नों की क्रिया नीचे लिखे अनुसार होगी।

उदाहरण [२] एक कुण्ड मे दो नल लगे हैं। पहले से वह १२ मिनट में भर जाता है और दूसरे से २० मिनट मे खाली हेा जाता है। यदि दोनेा नल एक साथ खोले जाएँ तेा कुण्ड कितनी देर में भर जाएगा?

∵ पहला नल १२ मिनट में पूरा कुण्ड भरता है
∴ वह " १ " $\frac{१}{१२}$ भाग कुण्ड का भरेगा।
∵ दूसरा नल २० मिनट मे पूरा कुण्ड खाली करता है
∴ " १ " $\frac{१}{२०}$ भाग कुण्ड का खाली करेगा।
दोनों नल साथ खुले रहने पर कुंड का $\frac{१}{१२} - \frac{१}{२०} = \frac{५-३}{६०} = \frac{१}{३०}$ भाग एक मिनट में भरेगा।

∵ कुण्ड का $\frac{१}{३०}$ भाग १ मि० में भरता है
इसलिये पूरा कुण्ड ३० मिनट में भरेगा।

अभ्यास ३७

(१) एक मनुष्य एक खेत २ दिन में काट सकता है। एक स्त्री उसे ३ दिन में काट सकती है। बताओ दोनों मिलकर उसे कितने दिनों में काट लेंगे ?

(२) मोहन और सोहन मिल कर एक काम ४ दिन में कर सकते हैं। मोहन अकेला उसे ६ दिन में कर सकता है। बताओ सोहन अकेला उसे कितने दिनों में कर लेगा ?

(३) एक कुंड अ नल से ६ मिनट में भरता है और ब नल से १२ मिनट में खाली होता है। यदि दोनों नल साथ साथ खोल दिए जाएँ तो कुण्ड कितनी देर में भर जाएगा ?

(४) जिस काम को एक आदमी ५ दिन में पूरा कर सकता है एक लड़का उसे १५ दिन में। तो दोनों मिलकर आधा काम कितने समय में करेंगे ?

(५) एक स्त्री और एक लड़का मिल कर एक काम ६ दिन में कर सकते हैं। लड़का अकेला उस काम को १० दिन मे कर सकता है। तो अकेली स्त्री उसे कितने दिन में कर लेगी ?

(६) राम एक काम को २० दिन में कर सकता है और श्याम उसे ३० दिन में। बताओ दोनों मिल कर उसे कितने दिनों में पूरा कर सकेंगे ?

(७) मोहन एक काम को १२ घण्टे में, राधे १५ घण्टे में और श्याम २० घण्टे में कर सकता है। तो तीनों मिल कर उसे कितने समय में कर सकेंगे?

(८) एक खेत दो नालियों से अलग अलग क्रमशः १२ व २० घण्टे में सींचा जा सकता है। यदि दोनों नालियाँ एक साथ खोल दी जाएँ तो खेत कितनी देर में सींचा जा सकेगा?

(९) एक कुण्ड में दो नल लगे हैं जिनसे वह क्रमशः २५ और ३० मिनट में भरा जा सकता है। बताओ दोनों नल साथ खुले रहने पर १० मिनट में कुण्ड का कौन सा भाग भर जाएगा?

(१०) एक जलपात्र एक नल से १५ मिनट में भरा जा सकता है। किन्तु पेंदी में छेद हो जाने के कारण वह २० मिनट में भरा गया। बताओ भरा हुआ पात्र छेद से कितनी देर में खाली हो सकता है?

(पुरुष, स्त्री और बच्चों का मिलकर काम)

उदाहरण—६ पुरुष या ९ लड़के एक काम को १० दिन में कर सकते हैं तो ८ पुरुष और ३ लडके मिल कर उसे कितने दिन में कर लेंगे?

∵ काम करने में ६ पुरुष = ९ लडकों के
" १ " = $\frac{९}{६}$ अर्थात $\frac{३}{२}$ लडकों के
" ८ " = $\frac{३}{२}$ × ८ लडकों के
= १२ लड़कों के।

∴ काम करने में ८ मनुष्य + ३ लडके = १५ लडको के।

∵ ९ लड़के एक काम को १० दिन में करते हैं
∴ १ लड़का " " १०×९ " करेगा।
∴ १५ लड़के " " $\frac{१० \times ९}{१५}$ " करेंगे।
अर्थात ६ दिन में करेंगे।

उत्तर ६ दिन।

ऐसे प्रश्नों की क्रिया में दो बातों पर ध्यान देना चाहिए।

(१) यह देख लेना चाहिए कि काम करने में पुरुषों की शक्ति और लड़कों की शक्ति में क्या सम्बन्ध है। तब शक्ति के अनुसार पुरुषों की संख्या को लड़कों की संख्या में या लड़कों की संख्या को पुरुषों की संख्या में बदल कर एक जाति बना लेना चाहिए।

(२) काम के अन्य प्रश्नों की भाँति ऐकिक नियम की साधारण क्रिया काम में लानी चाहिए।

अभ्यास ३८

(१) ५ पुरुष या ८ लड़के एक काम को २७ दिन में कर सकते हैं। तो १५ पुरुष और ३ लड़के मिल कर उसे, कितने दिन में करेंगे?

(२) ७ पुरुष और ९ स्त्रियाँ एक काम को १४ दिन में कर सकती हैं तो ६ पुरुष और ४ स्त्रियाँ उसे कितने दिन में कर लेंगी? (पुरुष स्त्रियों से ड्योढ़ा काम करते हैं।)

(३) ४ पुरुष या ६ स्त्रियाँ या १२ लड़के एक खेत को ७ दिन में काटते हैं तो १ पुरुष, १ स्त्री और १ लड़का उस खेत को कितने दिनों में काट सकेंगे?

(४) ९ भैंसें या १२ गायें कुछ भूसा ३० दिन में खाती हैं तो उतने ही भूसे को ६ भैंसें और ७ गायें कितने दिन में खाएँगी ?

(५) ६ पुरुष एक काम को २० दिन में कर सकते हैं। बताओ उनकी सहायता के लिये कितने लड़के रक्खे जाएँ कि काम १२ दिन में पूरा हो जाए जब कि हर एक पुरुष हर एक लड़के से ड्योढ़ा काम करता है।

(६) ७ मनुष्य एक दीवाल १८ दिन में बना सकते हैं। यदि उनके साथ ४ स्त्रियाँ भी काम करें तो दीवाल १४ दिन में बन सकती है। तो बताओ १ पुरुष का काम कितनी स्त्रियों के काम के बराबर है।

छठा अध्याय

हिसाब से रुपये पर व्याज लगाया जाता है उसे **व्याज की दर** कहते हैं। महाजन जितने समय के लिये रुपया उधार देता है उसे **व्याजकाल** या **समय** कहते हैं। व्याज और मूलधन मिलाकर जो धन हो जाता है उसे **मिश्रधन** कहते हैं॥

मान लो दोना किसान ने धनपत से २००) उधार लिए और एक वर्ष बाद लौटाने का वादा किया। उसने यह भी वादा किया कि उसके रुपयों को काम में लाने के बदले वह चार रुपया प्रतिसैकड़ा और देगा। इस प्रकार वादा करने पर एक वर्ष के पश्चात उसे २००) महाजन को लौटाने पड़े और ८) और देने पड़े अर्थात महाजन को कुल २०८) मिले।

इसमे २००) मूलधन और १ वर्ष का समय व्याजकाल कहा जाएगा। वर्ष के अन्त में ८) जो अधिक दिए गए यही २००) का व्याज है। ४) प्रति सै० सालाना व्याज की दर है। २०८) मिश्रधन है।

अतः व्याज के पाठ में पाँच बातें स्मरण रखने योग्य हैं।

(१) मूलधन, (२) व्याजदर, (३) व्याजकाल, (४) व्याज और (५) मिश्रधन।

गाँवों मे प्रायः लेन-देन थोड़े रुपयों के होते हैं और इन पर माहवारी व्याज)॥ प्रतिरुपया लगाया जाता है। किन्तु शहरों में या कोठीवालों के यहाँ और बैंकों में जहाँ प्रति-दिन हजारों रुपयों का लेन-देन होता है १) या २) प्रतिसैकड़ा मासिक अथवा ५) या ६) प्रतिसैकड़ा वार्षिक व्याज लगाया जाता है।

इस अध्याय मे हम व्याज के प्रश्न इकाई के नियम से निकालते हैं। आठवें अध्याय में व्याज के कुछ प्रश्न व्यवहार-गणित से निकाले जाएँगे।

कभी कभी ब्याज के प्रश्नों में समय, वर्ष, महीने नहीं बतलाते, कर्ज लेने की तारीख, सन् बतलाकर कर्ज चुकाने की भी तारीख और सन् बतलाते हैं। ऐसे प्रश्नों के हल करने में नीचे लिखी बातों का विशेष ध्यान रखकर इष्ट उत्तर निकालना पड़ता है।

नियम—(अ) जिस दिन कर्ज लेते हैं वह दिन छोड़ देते हैं, उस दिन का ब्याज नहीं लिया जाता "इसलिए दिनों की गिन्ती करने में कर्ज लेने का दिन छोड़ देते हैं।"

(ब) यदि समय अंग्रेजी के महीनों की तारीखों में दिया गया हो तो अंग्रेजी हिसाब में वर्ष ३६५ दिन का मानना चाहिए।

(स) फरवरी माह २८ दिन का माना जाता है। यदि सन् की संख्या में ४ का पूरा पूरा भाग चला जाय तो फरवरी २९ दिन का मानना चाहिए।

उदाहरण [१])॥ प्रतिरुपया मासिक ब्याज की दर से ६०) का ४ महीने का ब्याज बताओ।

यहाँ)॥ प्रतिरुपया मासिक दर का यह मतलब है कि ऋण के हर रुपये पर हर महीने में)॥ ब्याज लगेगा।

१) का १ महीने का ब्याज $=$)॥ या $\frac{१}{३२}$ रु०

६०) " " $=$ $(\frac{१}{३२} \times \frac{६०}{१})$ रु०

$\therefore$ ६०) का ४ महीने का ब्याज $= \frac{१ \times ६० \times ४}{३२ \times १}$ रु०

$=$ $\frac{१५}{२}$ रु० $=$ ७॥) उत्तर

उदाहरण [२] ४) प्रतिसैकडा वार्षिक की दर से ३००) का ५ वर्ष का ब्याज निकालो।

∵ १००) का १ वर्ष का ब्याज = ४)

∴ १) " " " $= \frac{४}{१००}$ रु०

∴ ३००) " " " $= \left(\frac{४ \times ३००}{१००}\right)$ रु०

∴ " " ५ " $= \left(\frac{४ \times ३०० \times ५}{१००}\right)$ रु०

= ६०) उत्तर।

नोट १—यदि ब्याज न पूछ कर मिश्रधन पूछा जाय तो ब्याज को मूलधन में जोड देना चाहिए। जैसे, उदाहरण २ में ३००) का ५ वर्ष का मिश्रधन ४ प्रतिशत वार्षिक की दर से ३६०) होगा।

नोट २—जब समय में वर्ष और मास दोनों होते हैं तो १२ महीने का वर्ष मान कर या तो कुल समय महीनों में प्रकट किया जाता है या वर्षों में।

अभ्यास ३८

(१) ५) प्रतिशत वार्षिक दर से ५ वर्ष में ५००) का क्या ब्याज मिलेगा?

(२) मैंने ३) प्रतिसैकडा वार्षिक दर से ३००) उधार दिए। तो ३ वर्ष में मुझे कितना ब्याज मिलेगा?

(३) ५००) का ब्याज ४) प्रतिसैकड़ा वार्षिक दर से २३ वर्ष का क्या होगा?

(४) २००) का ब्याज ४ वर्ष में २॥) प्रतिशत वार्षिक दर से क्या होगा?

(५) ॥) प्रतिशत मासिक की दर से २ वर्ष में ३००) का ब्याज कितना होगा?

(६) ।) प्र० श० मा० दर से ४००) का ब्याज ८ महीनों का क्या होगा?

(७))॥ प्रतिरुपया मासिक ब्याज की दर से २०) का एक वर्ष का ब्याज क्या होगा?

(८) २) सैकड़ा वार्षिक दर से ४००) का ५ वर्ष का ब्याज बताओ।

(९) २३ वर्ष में ४ रु० सैकड़ा वार्षिक दर से ५००) ऋण देने से कितना ब्याज मिलेगा?

(१०) १०००) देने से २ वर्ष पश्चात ब्याज समेत कितना रुपया मिलेगा जब कि दर ५) सैकड़ा सालाना हो? ब्याज कितना होगा?

(११) २९५) का ब्याज २ वर्ष ३ मास में ६॥=) ८ प्रतिशत वार्षिक दर से क्या होगा?

(१२) ६२५) का ब्याज ३ वर्ष ४ मास में १।-) ४ प्रतिशत वार्षिक दर से क्या होगा?

(१३) ७५०) का ब्याज १ वर्ष ४ मास में ॥।=) प्रतिशत मासिक दर से क्या होगा?

(१४) डाकघर के सेविङ्ग बैङ्क मे ब्याज ।) सैकड़ा माहवारी मिलता है। तो बताओ ७५०) का ७ महीने का ब्याज क्या होगा ?

(१५) मैंने ३२५) अनाज ।।) प्रतिशत मासिक ब्याज की दर मे उठाया। तो बताओ वर्ष के अन्त में मुझे कितना अनाज मिलेगा ?

(१६) मैंने ७५०) छः आ० प्रतिशत माहवारी ब्याज की दर से ऋण दिए। बताओ १ वर्ष ३ मास के पश्चात मुझे कितना रुपया मिलेगा ?

(१७) ६४०) ३ वर्ष में ६३ प्रतिशत वार्षिक दर से कितने हो जाएँगे ?

सातवाँ अध्याय

[लाभ और हानि]

यदि कोई वस्तु कुछ मूल्य पर मोल ली जाए और उससे अधिक मूल्य पर बेची जाए तो लाभ (नफा) होता है और अगर उससे कम मूल्य पर बेची जाए तो हानि (नुकसान) होती है। इसलिये लाभ = बिक्री की कीमत—खरीदने की कीमत और हानि = खरीदने की कीमत—बिक्री की कीमत।

उदाहरण [१] एक आदमी ने एक घोड़ा ५०) में खरीदा और उसे ६०) में बेच डाला। तो उसे कितना नफा या नुकसान हुआ।

स्पष्ट है कि उसने घोड़े की खरीद की कीमत से अधिक में बेचा इसलिये उसे लाभ हुआ।

लाभ = (६० – ५०) रु० = १०)।

उदाहरण [२] एक व्यापारी ने ५३७॥।) की कपास खरीदी और उसे ४६५॥।=)८ पा० को बेची, तो उसे कितना नफा या नुकसान हुआ?

स्पष्ट है कि बिक्री की कीमत खरीद की कीमत से कम है इसलिये व्यापारी को हानि हुई।

	रु०	आं०	पा०
खरीद की कीमत......	५३७	१२	०
बिक्री की कीमत	४६५	१४	८
∴ हानि	७१	१३	४

उत्तर ७१॥।–)४ पा० हानि।

उदाहरण [३] एक बनिये ने २२५॥)॥ के गेहूँ खरीदे। यदि वह उन पर १७॥) लाभ चाहता हो तो उसे गेहूँ कितने में बेचना चाहिए ?

बिक्री की कीमत में लाभ और खरीदने की कीमत दोनों आजाना चाहिए। इसलिये बिक्री की कीमत = २२५॥)॥ + १७॥) = २४३)॥

याद रक्खो कि खरीद की कीमत + लाभ = बिक्री की कीमत।

उदाहरण [४] मैंने एक साइकिल ७५) में खरीदी और ८॥) हानि उठाकर बेच दी, तो बताओ मैंने साइकिल कितने में बेची।

बिक्री की कीमत खरीद की कीमत से ८॥) कम है। इसलिये बिक्री की कीमत = ७५) − ८॥) = ६६।)।

याद रक्खो कि बिक्री की कीमत = खरीद की कीमत − हानि।

अभ्यास ४०

(पहले १५ प्रश्न मुखाग्र करो)

निम्नलिखित लेन देन में कितना लाभ हुआ :-

(१) ७) की बकरी ८॥) में बेची।
(२) ४५) की गाय ५३) में बेची।
(३) ३२५) की कपास ३५०) में बेची।
(४) ५५०) का कपड़ा ६७५) में बेचा।

निम्नलिखित लेन देन मे कितनी हानि हुई ?

(५) ४५) का बैल ३६) में बेचा।

(६) ६५) की गाड़ी ५१) मे बेची।

(७) ८५०) का मकान ७२५) मे वेचा।

(८) ८५) की पुस्तकें ७४) में बेची।

निम्नलिखित लेन देन मे नफा हुआ या नुकसान और कितना ?

(९) ४०) की कुर्सियाँ ४७) मे बेचीं।

(१०) १२५) की लकडी ११६) में बेची।

(११) ३२४) का बाग २९०) मे बेचा।

(१२) १७५) का खेत १९०) में बेचा।

खाली जगहों में क्या होना चाहिए ?

	बिक्री की कीमत	नफा या नुकसान	खरीद की कीमत
(१३)	३७॥)	५) नफा	
(१४)	..	७) हानि	५७)
(१५)	७५)	.	८४)

(१६) एक टाँगेवाले ने १२५॥) में एक घोड़ा खरीदा और उसे १४२।=)॥ में वेच दिया, तो उसे कितना लाभ हुआ ?

(१७) एक मनुष्य ने ७३५॥)॥ को एक बाग खरीदा और उसे ६७४≡)॥ को बेच डाला, तो उसे कितनी हानि हुई ?

(१८) एक मनुष्य को एक चीज १०६।≡)॥ में बेचने से ११॥=) ८ पा० की हानि होती है तो उस चीज की खरीद की कीमत क्या है ?

(१९) एक आदमी को अपनी गाय ७५॥ॎ)॥ में बेचने से १५॥ऽ)॥। का लाभ होता है। तो उसने गाय कितने में खरीदी थी ?

(२०) एक गड़रिये ने कुछ भेड़ें १३७॥) को खरीदीं और कुछ समय बाद उनको २५॥ऽ)। नुकसान उठाकर बेच दिया, तो उसने भेड़ें कितने में बेचीं ?

(२१) एक आदमी ने एक गाड़ी १२८॥ऽ)॥ में और एक जोड़ी बैल १६५॥) में खरीदे। यदि वह गाड़ी १३५) में बेचे तो उसे बैलों को कितने में बेचना चाहिए कि कुल पर ३५) का नफा हो ?

(२२) एक टाँगेवाले ने एक घोड़ा १३५॥=) में और एक टाँगा १७४।=) मे खरीदा। यदि वह घोड़ा २५) की हानि से और टाँगा १९५) को बेचे तो उसे कुल पर कितना नफा या नुकसान हुआ ?

(२३) एक कुँजड़े ने आने के २० के हिसाब से ६०० आम खरीदे। यदि वह पैसे के ६ आम बेचे तो उसे कितना नफा या नुकसान होगा ?

(२४) एक आदमी ने एक भैंस १२५) में मोल ली और खरीद की कीमत का $\frac{1}{5}$ नुकसान उठाकर उसे बेच डाला। तो उसे कितने में बेचा ?

(२५) एक गाड़ी की खरीद की कीमत लाभ की पँचगुनी है। यदि लाभ १७॥) हो तो बिक्री की कीमत क्या है ?

उदाहरण — एक आदमी ने १५) गेहूँ ३।—)४ पा० प्रतिमन के भाव से मोल लिए। यदि वह उन पर १०) लाभ लेना चाहता हो तो उसे गेहूँ किस भाव से बेचना चाहिए ?

१५) गेहूँ की खरीद की कीमत = ३।—)४ पा० × १५ = ५०)
विक्री की कीमत = खरीद की कीमत + लाभ = ५०) + १०) = ६०)

१५) गेहूँ ६०) को बेचना चाहिए।
१) ,, ६०/१५ रु० अर्थात ४) को बेचना चाहिए।
∴ बेचने का भाव ४) मन होना चाहिए।

अभ्यास ४१

(१) एक मनुष्य ने २॥) मन के हिसाब से ५) आलू खरीद कर —)। प्रतिसेर के भाव से बेच डाले। तो उसे क्या लाभ या हानि हुई ?

(२) एक रोजगारी ने १॥) प्रतिसेर के हिसाब से ४) घी खरीदा और उसे ५५) प्रतिमन के हिसाब से बेच डाला। तो उसे क्या हानि या लाभ हुआ ?

(३) एक मनुष्य ने एक पेड १५) में बेचा। अगर वह इसके सवाये दाम लेता तो उसको ५) का लाभ होता। तो पेड की खरीद की कीमत बताओ।

(४) एक बनिये ने १।—) प्रति पसेरी के हिसाब से २) शक्कर खरीदी। यदि वह कुल शक्कर १॥) नफा लेकर बेच डाले तो उसने प्रतिसेर शक्कर कितने को बेची ?

आठवाँ अध्याय

[व्यवहारगणित]

(१) ॥) एक रुपया का कौन सा भाग है ? ½।

१०) टोपियों के दाम ॥) प्रतिटोपी के हिसाब से क्या होंगे ?
यदि एक टोपी का दाम १) होता तो १० टोपियों के दाम
१०) होते।

क्योंकि ॥) एक रुपये का आधा है इसलिये १० टोपियों के दाम ॥) प्रतिटोपी के हिसाब से १०) के आधे अर्थात ५) होंगे।

(२) ५ शिलिंग एक पौंड का कौन सा भाग है ? ¼।

५ शिलिंग प्रतिगज के हिसाब से १६ गज कपड़े के क्या दाम होंगे ?

यदि १ गज के दाम १ पौंड होते तो १६ गज कपड़े के दाम १६ पौंड होते। क्योंकि ५ शिलिंग एक पौंड का चौथाई है इसलिये १६ गज कपड़े के दाम ५ शि० प्रतिगज के हिसाब से १६ पौ० के चौथाई अर्थात ४ पौंड होंगे।

जिस रीति से ऊपर के प्रश्नों में टोपियों और कपड़ों के दाम निकाले गए हैं उसको व्यवहारगणित कहते हैं। क्योंकि व्यापारी लोग वस्तुओं के मूल्य निकालने के लिये इसी रीति का प्रयोग करते हैं। अब नीचे के उदाहरणों पर ध्यान दो।

उदाहरण [१] ३॥।) प्रतिमन की दर से २५) गेहूँ के दाम बताओ।

तुम इस प्रश्न को मिश्रगुणा द्वारा हल करोगे लेकिन व्यापारी लोग मिश्रगुणा न करके निम्नलिखित रीतियों में से किसी रीति का प्रयोग करेंगे।

पहली रीति :—

	रु०	आ०	पा०	
	२५	०	०	२५ गेहूँ के दाम १) प्रतिमन
	७५	०	०	,, ,, ,, ३) ,,
॥)=१) का ½	१२	८	०	,, ,, ,, ॥) ,,
।)=॥) का ½	६	४	०	,, ,, ,, ।) ,,
जोड़ने से	९३	१२	०	,, ,, ,, ३॥।) ,,

दूसरी रीति :—

	रु०	आ०	पा०	
	२५	०	०	२५ गेहूँ के दाम १) प्रतिमन
	१००	०	०	,, ,, ,, ४) ,,
।)=१) का ¼	६	४	०	,, ,, ,, ।) ,,
घटाने से	९३	१२	०	,, ,, ,, ३॥।) ,,

उदाहरण [२] एक घड़ी की कीमत ३ पौं० १७ शि० ६ पें० है तो ऐसी ३२ घड़ियों की कीमत क्या होगी?

पहली रीति :—

	पौं०	शि०	पें०	
	३२	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य १ पौं० प्रतिघड़ी
	९६	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य ३ पौं० प्रतिघड़ी
१० शि० = १ पौं० का ½	१६	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य १० शि० प्रतिघड़ी
५ शि० - १० शि० का ½	८	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य ५ शि० प्रतिघड़ी
२½ शि० = ५ शि० का ½	४	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य २½ शि० प्रतिघड़ी
जोड़ने से	१२४	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य ३ पौं० १७½ शि० प्र०घ०

दूसरी रीति :—

	पौं०	शि०	पें०	
	३२	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य १ पौं० प्रतिघड़ी
	१२८	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य ४ पौं० प्रतिघड़ी
½ शि० = पौं० का ½	४	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य २½ शि० प्रतिघड़ी
घटाने से	१२४	०	०	३२ घड़ियों का मूल्य ३ पौं० १७½ शि० प्रतिघ०

ऊपर के उदाहरणों में तुम देखोगे कि एक वस्तु की दी हुई कीमत के सुभीते के अनुसार टुकड़े करके उनके द्वारा कई वस्तुओं की कीमत निकाली गई है। इसमे स्पष्ट है कि व्यवहारगणित मे रुपया, मन आदि के ऐसे टुकडो का जानना जो उनमें पूरी पूरी बार सम्मिलित हों, अत्यन्त आवश्यक है। जब किसी राशि का कोई भाग उसमें पूरी पूरी बार सम्मिलित होता है तो वह भाग उस राशि का **समानांश** कहलाता है। जैसे १ फु० १ गज का समानाश है, क्योंकि १ फुट = १ गज का $\frac{१}{३}$। समानाशवाली भिन्न का अश सदा १ और हर पूर्णांक सख्या होती है। अब हम नीचे कुछ समानाश देते हैं। इनको तुम अच्छी तरह याद कर लो।

धन	तौल
रु० के समानाश	मन के समानांश
॥) = १) का $\frac{१}{२}$	॥ऽ = १ऽ का $\frac{१}{२}$
।-)४ = १) का $\frac{१}{३}$	।ऽ = १ऽ का $\frac{१}{४}$
।) = १) का $\frac{१}{४}$	ऽ८ = १ऽ का $\frac{१}{५}$
=)८ = १) का $\frac{१}{६}$	ऽ५ = १ऽ का $\frac{१}{८}$
-) = १) का $\frac{१}{१६}$	

इसी प्रकार दूसरे परिमाणों के भी समानांश निकाले जा सकते हैं।

उदाहरण [२] एक बोरे में २॥ऽ६॥≡ गेहूँ आते हैं तो ऐसे ७२ बोरों मे कितने गेहूँ आएँगे?

	म०	से०	छ०	
	७२	०	०	१ʃ प्रतिबोरे के हिसाब से
	१४४	०	०	२ʃ " " "
॥ʃ = १ʃ का ३/८	३६	०	०	॥ʃ " " "
ʃ४ = ॥ʃ का १/३	६	०	०	ʃ४ " " "
ʃ१ = ʃ४ का १/४	१	३२	०	ʃ१ " " "
ʃ॥ = ʃ१ का १/२		३६	०	ʃ॥ " " "
ʃ= = ʃ॥ का १/४		६	०	ʃ= " " "
ʃ- = ʃ= का १/२		४	८	ʃ- " " "
जोड़ने से	१६२	१	८	२॥ʃ६॥≡ " "

उदाहरण [४] यदि एक बाँस की लम्बाई ३ गज २ फु० १/२ इं० हो तो ऐसे ८४ बाँसों की लम्बाई क्या होगी ?

	ग०	फु०	इं०	
	८४	०	०	१ गज प्रतिबाँस के हिसाब से बाँसों की लम्बाई
	२५२	०	०	३ गज प्रतिबाँस के हिसाब से बाँसों की लम्बाई
१ फु० = १ गज का १/३	२८	०	०	१ फु० प्रतिबाँस के हिसाब से बाँसों की लम्बाई
१ फु० = १ गज का १/३	२८	०	०	१ फुट प्रतिबाँस के हिसाब से बाँसों की लम्बाई
१ इं० = १ फुट का १/१२	२	१	०	१ इं० प्रतिबाँस के हिसाब से बाँसों की लम्बाई
१/२ इं० = १ इं० का १/२	१	०	६	१/२ इं० प्रतिबाँस के हिसाब से बाँसों की लम्बाई
जोड़ने से	३०६	०	६	३ ग० २ फु० १/२ इं० के हिसाब से बाँसों की लम्बाई

नोट १—इस प्रश्न में दो बातें नोट करने के योग्य हैं। प्रथम यह कि ८४ बाँसों की लम्बाई २ फु० प्रतिबाँस के हिसाब से निकालने के लिये पहले एक फुट प्रतिबाँस के हिसाब से लम्बाई निकाली गई और फिर यही लम्बाई दूसरी पंक्ति में रख दी गई। दूसरे यह कि ½ इं० को १ फु० का $\frac{1}{२४}$ भाग देखकर यह उचित समझा गया कि पहले ८४ बाँसों की लम्बाई १ इं० प्रतिबाँस के हिसाब से निकाल ली जाए और फिर उसकी सहायता से ८४ बाँसों की लम्बाई ½ इं० प्रतिबाँस के हिसाब से निकाली जाए। जोड़ते समय १ इं० वाली पंक्ति छोड़ दी गई है क्योंकि इसकी आवश्यकता नहीं है।

नोट २—ऊपर के उदाहरण में अगर ८४½ बाँसो की लम्बाई निकालनी होती तो ऊपर आए हुए उत्तर मे आधे बाँस की लम्बाई अर्थात १ ग० २ फु० ६¼ इ० और जोड़ दी जाती। इसलिये ८४½ बाँसों की लम्बाई = ३११ ग० ¼ इ०। बहुधा उत्तर निकटतम इं० तक माँगा जाता है। ऐसी दशा मे यदि उत्तर मे ½ इं० से कम हो तो उसे छोड देते हैं और अगर ½ या ½ से अधिक इच हो तो उसे पूरा इच मान लेते हैं। इसलिये ८४½ बाँसों की लम्बाई निकटतम इंच तक = ३११ गज।

अभ्यास ४२

(१) नीचे दी हुई रकमों में एक रुपये के कौन कौन से समानांश सम्मिलित हैं?

=), ।)।, ।-)४ पा०, ।=)८ पा०, ।।)।।, ।।।=), ।।।-) ४ पा०, ।।।≡)।। ।

(२) अग्रलिखित रकमों में एक पौं० के कौन कौन से समानांश सम्मिलित हैं?

२ शि० ६ पें०, ४ शि०, ७ शि० ६ पें०, १२ शि०, १६ शि०।

(३) १ फु० ३ इं० और २ फु० ९ इं० में एक गज के कौन कौन से समानांश सम्मिलित हैं।

(४) ɟ७॥, ɟ५, ॥ɟ५ और ।॥ɟ७ में एक मन के कौन कौन से समानांश सम्मिलित हैं ?

व्यवहारगणित की रीति से निम्नलिखित का मूल्य बताओ :—

(५) ५० वस्तुओं का प्रतिवस्तु ।-)॥ की दर से।
(६) ७२ वस्तुओं का प्रतिवस्तु ॥=)८ पा० की दर से।
(७) ५४ गज मलमल का प्रतिगज ।-)४ पा० की दर से।
(८) १८९ गज खद्दर का प्रतिगज ≡)॥ की दर से।
(९) ४३४ भेड़ों का प्रतिभेड़ ७।-)४ पा० की दर से।
(१०) ३१५ बकरियों का प्रतिबकरी १२॥=) ८ पा० की दर से
(११) १३५ घड़ियों का प्रतिघड़ी ९।=) ८ पा० की दर से।
(१२) २४८ सन्दूकों का प्रतिसन्दूक ७॥≡) ८ पा० की दर से।
(१३) ४२ गायों का प्रतिगाय १०५॥≡) ९ पा० की दर से।
(१४) ८५ɟ५ गेहूँ का प्रतिमन ५ शि० ७½ पें० की दर से।
(१५) २५ तोले सोने का प्रतितोला २६।≡)॥ की दर से।

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर व्यवहार-गणित द्वारा निकालो :—

(१६) ३७॥≡)॥ × ४८ का मूल्य निकालो।
(१७) ७५।ɟ७ पा० का ९६ गुना कितना होगा ?
(१८) ५ पौं० १७ शि० ३ पें० का २५ गुना क्या होगा ?
(१९) १०।ɟ३। का ३५ गुना क्या होगा ?
(२०) २५ ग० १ फु० ४ इं० का २४ गुना क्या होगा ?

(२१) १) में ।)३॥≡· गेहूँ आता है तो ३२०) में कितना गेहूँ आएगा ?

(२२) यदि एक कदम की लम्बाई २ फु० ३ इ० हो तो ७५० कदमों की कितनी लम्बाई होगी ?

(२३) यदि एक आदमी मासिक ३५।≡)॥ वेतन पाता है तो वह ५ साल में कितना वेतन पाएगा ?

(२४) ३३ ⅙ वस्तुओं के दाम प्रतिवस्तु ।≡)। के हिसाब से क्या होंगे ?

(२५) १५॥ तोला सोने की कीमत २५।-) ४ पा० प्रतितोला के हिसाब से क्या होगी ?

(२६) यदि एक बोरे में २)७॥≈ शक्कर आती हो तो ऐसे ४५ बोरों में कितनी शक्कर आएगी ?

(२७) १≈)। प्रतिसेर के भाव से २)५ घी के क्या दाम होंगे ?

(२८) यदि एक कुरते में ३ ग० १ फु० ७ इं० कपड़ा लगता हो तो ऐसे २६ कुरतों में कितना कपड़ा लगेगा ?

(२९) यदि एक गाड़ी में १ टन १ हंड्रेडवेट २ कार्टर लकड़ी आती हो तो ऐसी २८ गाड़ियों में कितनी लकड़ी आएगी ?

(३०) यदि १ टन कोयले की कीमत १ पौं० ३ शि० ६ पें० हो तो १८ टन कोयले की कीमत क्या होगी ?

(३१) यदि एक रुपये में १ तो० ६ मा० २ रत्ती चाँदी आती हो तो ३२) में कितनी चाँदी आएगी ?

(३२) १८॥।ऽ चने के दाम २।-)४ पा० प्रतिमन के भाव से क्या होंगे ?

नीचे के दो प्रश्नों के उत्तर निकटतम पाई तक निकालो :—

(३३) ३१¾ गज कपड़े की कीमत ।≡)७½ पाई प्रतिगज की दर से क्या होगी ?

(३४) २५॥ऽ कपास की कीमत ८॥)३¾ पा० प्रतिमन की दर से क्या होगी ?

नीचे के प्रश्नों को यथासंभव संक्षिप्त रीति से व्यवहार-गणितद्वारा निकालो :—

(३५) १३९ वस्तुओं का मूल्य १२४॥≈)८ पा० प्रतिवस्तु की दर से क्या होगा ?

(३६) १२५ गाड़ी आलू का मूल्य १॥।≡) प्रतिमन की दर से बताओ जब कि हर गाड़ी में ३०ऽ आलू आते हैं।

(३७) ४८० नारंगियों के दाम ॥-)॥ प्रतिदरजन की दर से बताओ।

(३८) एक आदमी ने १२० बकरियाँ ४।-)४ पा० प्रतिबकरी के हिसाब से मोल लेकर ५।-) ४ पा० प्रतिबकरी के हिसाब से बेच डालीं, तो बताओ उसे कुल कितना लाभ हुआ ?

(३९) ५०० गाड़ियों में कितना अनाज होगा यदि प्रतिगाड़ी में ९८॥।ऽ६ अनाज हो ?

(४०) २५० आमों के दाम बताओ जब कि १२५ आमों के दाम ॥।≡) हों।

(व्यवहारगणितद्वारा ब्याज निकालना)

उदाहरण [१] २½ पैसे प्रतिरुपया मासिक ब्याज की दर से ९०) का ८ महीनों का ब्याज क्या होगा ?

इस प्रश्न में पहले हम ९०) का एक महीने का ब्याज व्यवहारगणितद्वारा निकालेंगे और फिर उसका ८ गुना कर देंगे।

	रु०	आ०	पै०	
	०	०	१	१) का ब्याज १ पैसा प्रतिमाह की दर से
			९०	
	१	६	२	९०) " " " " "
			२	
½ पै० = १	२	१३	०	" " २ " " "
पै० का ½	०	११	१	" " ½ " " "
	३	८	१	९०) का एक माह का ब्याज २½ पै० प्रतिमाह की दर से
			८	
उत्तर	२८	२	०	९०) का ८ माह का ब्याज २½ पै० प्रतिमाह की दर से

उदाहरण [२] ४॥) प्रतिसैकड़ा वार्षिक दर से ३½ साल का ४३५) का ब्याज क्या होगा ?

	रु०	आ०	पा०				
	४	८	०	१००) का १ साल का ब्याज			
			४				
	१८	०	०	४००) ,,		,,	,,
७५)=१००) का $\frac{३}{४}$	१	२	०	७५) ,,		,,	,,
१०)=१००) का $\frac{१}{१०}$	०	७	२$\frac{२}{५}$	१०) ,,		,,	,,
	१९	९	२$\frac{२}{५}$	४३५) ,,		,,	,,
			३				
	५८	११	७$\frac{१}{५}$	,,	,,	३ साल का	,,
$\frac{१}{२}$साल = १ साल का $\frac{१}{२}$	९	१२	७$\frac{१}{५}$	,,	,,	$\frac{१}{२}$,,	,,
उत्तर	६८	८	२$\frac{२}{५}$	,,	,,	३$\frac{१}{२}$,,	,,

नोट—जब पाइयों मे भिन्न आता है तो आधी पाई से कम का भिन्न छोड़ दिया जाता है और आधी या उससे अधिक पाई के भिन्न की जगह एक पूरी पाई मान ली जाती है। जो उत्तर इस तरह आता है वह निकटतम पाई तक ठीक कहा जाता है। ऊपर के उदाहरण मे उत्तर निकटतम पाई तक ६८॥)२ पा० है क्योंकि $\frac{२}{५}$ पा० $\frac{१}{२}$ पा० से कम है।

उदाहरण [३] १॥।≈) सैकड़ा मासिक ब्याज की दर से २७०॥।) का ८ माह २० दिन में क्या ब्याज होगा ?

नोट :—१) रुपया की सैकड़े की दर से कुल मूलधन का १ महीने का ब्याज निकाल लेना चाहिए।

नियम:—जब कि १००) का १) ब्याज हो तो
१०० आने का १ आना ब्याज होगा
१०० पाई का १ पाई ब्याज होगा

```
      रु०  आ० पा०
१०० | ३७०—१२—० (३ रु०
    | ३००
      ७० × १६
        ११२०
          १२
   १०० | ११३२ (११ आ०
       | १००
          १३२
          १००
           ३२ × १२
      १०० | ३८४ (३ पाई
          | ३००
             ८४ शेष
```

८४ शेष बचा, आधे से [illegible] इसलिए १ पाई लेंगे
३ पाई + १ पाई = ४ पाई।
३॥≈) ४ पाई।

संक्षिप्त रीतिः—

```
        रु०—आ०
रु० ३ | ७०—१२
      | १६
-------------
        ११२०
          १२
आना ११ | ३२
          १२
   पाई ३ | ८४
```

शेष ८४ आधे से अधिक है, इसलिए १ पाई लेंगे याने ३।।≈) ४ पाई हुआ। यह १) सैकड़ा माहवारी दर से कुल मूलधन का ब्याज हुआ।

नोट:—ब्याज में भाग देने में यदि आधा बचे तो १ पूरा मान लेते हैं या आधे से अधिक बचे तो भी १ पूरा मान लेना चाहिए। यदि आधे से कम हो तो छोड़ देवे हैं।

नोटः—अ—१) सैकड़ा मासिक दर से कुल मूलधन का एक माह का ब्याज निकालकर व्यवहारगणित जमाना चाहिए।

ब—पहिले समय जितना दिया हो सब समय का ब्याज पहिले जमाकर निकालना चाहिए, बाद में जो दर प्रश्न में दी गई हो उसे निकालना चाहिए।

नियम:—जब कि १००) का १) ब्याज हो तो
१०० आने का १ आना ब्याज होगा
१०० पाई का १ पाई ब्याज होगा

रु० आ० पा०
१०० | ३७०—१२—० (३ रु०
| ३००
७० × १६
११२०
१२
१०० | ११३२ (११ आ०
| १००
१३२
१००
३२ × १२
१०० | ३८४ (३ पाई
| ३००
८४ शेष

८४ शेष बचा, आधे से अधिक है इसलिए १ पाई लीं
३ पाई + १ पाई = ४ पाई।
३॥=) ४ पाई।

संचिप्त रीति:—

```
        रु०—आ०
रु० ३ | ७०—१२
      | १६
--------------
        ११२०
          १२
आना ११ | ३२
          १२
पाई ३ | ८४
```

शेष ८४ आधे से अधिक है, इसलिए १ पाई लेंगे याने ३॥=) ४ पाई हुआ। यह १) सैकड़ा माहवारी दर से कुल मूलधन का व्याज हुआ।

नोट:—व्याज में भाग देने में यदि आधा बचे तो १ पूरा मान लेते हैं या आधे से अधिक बचे तो भी १ पूरा मान लेना चाहिए। यदि आधे से कम हो तो छोड़ देवे हैं।

नोट:—अ—१) सैकड़ा मासिक दर से कुल मूलधन का एक माह का व्याज निकालकर व्यवहारगणित जमाना चाहिए।

ब—पहिले समय जितना दिया हो सब समय का व्याज पहिले जमाकर निकालना चाहिए, बाद में जो दर प्रश्न में दी गई हो उसे निकालना चाहिए।

	रु०–आ०–पा०	
३७०॥।) मूलधन का	३—११—४ ८	१) रु० सैकड़ा मासिक दर से १ माह का व्याज
	२९—१०—८	८ माह का व्याज
१५ दिन = १माह का $\frac{1}{2}$	१—१३—१०	१५ दिन का व्याज
५दिन = १५दिन का $\frac{1}{3}$	०— ९—११	५ दिन का व्याज
	३२— २—५	८ माह २० दिन का व्याज
१)कीदरसे ३७०॥।)का	३२— २—५	८ माह २० दिन का व्याज
॥) आ० १) का $\frac{1}{2}$	१६— १—३	॥) की दर से व्याज
।) आ० ॥) का $\frac{1}{2}$	८— ०—८	।) की दर से व्याज
=) आना ।) का $\frac{1}{2}$	४— ०—४	=) की दर से व्याज
३७०॥।) का व्याज	६०—४—८	१॥।=)की दर से व्याज

(उत्तर ६०।) ८ पाई व्याज)

अभ्यास ४२

व्यवहारगणितद्वारा व्याज निकालो और उत्तर निकटतम पाई तक दो :—

(१) ५०) का १$\frac{1}{2}$ पै० प्रतिरुपया मासिक व्याज की दर से १ मास का।

(२) १२०) का ७½ पा० प्रतिरुपया मासिक ब्याज की दर से ७ मास का।

(३) ७५) का ५½ पैसा प्रतिरुपया मासिक ब्याज की दर से १ साल १ माह का।

(४) ६०) का ६।।) प्रतिसैकडा वार्षिक ब्याज की दर से २ साल का।

(५) १२५) का ५।) प्रतिसैकड़ा वार्षिक ब्याज की दर से ३ साल ४ माह का।

(६) १४०) का ४।।=)८ पा० प्रतिसैकड़ा वार्षिक ब्याज की दर से २ साल ५ माह का।

(७) ३४५) का ७।।) प्रतिसैकड़ा वार्षिक ब्याज की दर से २ साल ३ माह का।

(८) ३६७) का ६।) प्रतिसैकड़ा वार्षिक ब्याज की दर से ४ साल ६ माह का।

(९) १५०) का -)१ पा० प्रतिरुपया मासिक ब्याज की दर से ४ माह १५ दिन का।

(१०) ३२५) का)।।। प्रतिरुपया मासिक ब्याज की दर से १ साल २ माह १० दिन का।

(११) ६२५) का ४) प्रतिसैकडा वार्षिक ब्याज की दर से ३ साल ७ माह १५ दिन का।

(१२) ७७५) का ५) प्रतिसैकड़ा वार्षिक ब्याज की दर से ५ साल १० माह १५ दिन का।

(१३) एक आदमी ४०) मासिक वेतन पाता है तो उसका १ माह १८ दिन का वेतन क्या होगा ?

(१४) एक आदमी १३५) माहवारी वेतन पाता है तो उसका १ साल ४ माह १० दिन का वेतन क्या होगा ?

(१५) एक लड़का ८) स्कालरशिप पाता है तो उसका १२ दिन का स्कालरशिप क्या होगा ?

(१६) १२) माहवार के हिसाब से १ माह ७ दिन का वेतन क्या होगा ?

(१७) १५) माहवार के हिसाब से १९ दिन का वेतन क्या होगा ?

(१८) ३५०) माहवार के हिसाब से १ साल ५ माह ११ दिन का वेतन क्या होगा ?

नवाँ अध्याय

[दशमलव भिन्न]

१—ईकाई के दसवें भाग

साधारण भिन्न के अध्याय में हम बतला चुके हैं कि किसी भिन्न का हर कोई भी संख्या हो सकती है। इस अध्याय में हम केवल उन भिन्नों की चर्चा करेंगे जिनके हर १०, १००, १०००, इत्यादि होते हैं। ऐसे भिन्नों को दशमलव भिन्न कहते हैं। 'दशम' का अर्थ 'दसवाँ' होता है और 'लव' का अर्थ 'भाग' होता है। अर्थात 'दशमलव' का अर्थ 'दसवाँ भाग' होता है।

नीचे चार इंच के मापक का चित्र बना हुआ है और प्रत्येक इंच के १० बराबर भाग किए गए हैं। इसलिये प्रत्येक भाग एक इंच का दसवाँ भाग अर्थात $\frac{१}{१०}$ है। यदि हमको इन भागों में से २ भाग लिखने हों तो हम उनको $\frac{२}{१०}$ इंच लिखेंगे। इसी प्रकार यदि ३ इंच और तीन दसवें भाग लिखने हों तो हम

अ   ब   ज   द   र   स   ल

१	२	३	४

उनको ३$\frac{३}{१०}$ इंच लिखेंगे। अब प्रश्न यह पैदा होता है कि क्या कोई ऐसा उपाय है कि जिससे हम ३$\frac{३}{१०}$ को जो ३ इकाई + $\frac{३}{१०}$ इकाई के बराबर है उसी प्रकार एक साथ लिख सकें जैसे ३ दहाई + $\frac{३}{१०}$ दहाई को एक साथ ३३ लिखते हैं।

हम यह जानते हैं कि १११ में सैकड़े का १ दहाई के १ का १० गुना और दहाई का १ इकाई के १ का १० गुना है अर्थात इस संख्या में प्रत्येक अंक का मान उसके दाहिनी ओरवाले अंक के मान का दसगुना और उसके बाईं ओरवाले अङ्क के मान का दसवाँ भाग है। हम इकाई के अंक की दाहिनी ओर भी एक स्थान नियत कर सकते हैं और वहाँ पर इकाई के दसवें भाग लिखे जा सकते हैं। जैसे १११$\frac{१}{१०}$ को इस प्रकार लिख सकते हैं :—

सैकड़ा	दहाई	इकाई	दसवाँ
१	१	१	१

परन्तु इस प्रकार लिखने के लिये यह आवश्यक होगा कि हम सदा कम से कम इकाई का स्थान साफ साफ बतला दें

क्योंकि यदि इकाई का जगह न बतलाई जाएगी तो यह संख्या ११११ (एक हजार एक सौ ग्यारह) पढ़ी जाएगी। इस कठिनाई को दूर करने के लिये हम इकाई और दसवें भाग के बीच में एक बिन्दु ( ) रख देते हैं जिससे इकाई का स्थान साफ साफ मालूम हो जाता है। अत १११$\frac{1}{10}$ को इस प्रकार १११ १ लिखते हैं। इस बिन्दु ( ) को **दशमलवचिह्न** कहते हैं। बिन्दु की दाहिनी ओर जो १ है वह इकाई का दसवाँ भाग ठीक उसी प्रकार प्रकट करता है जिस प्रकार १ इकाई १ दहाई का दसवाँ भाग प्रकट करती है।

उदाहरण [१] पृष्ठ १२७ के मापक में अ ज को लम्बाई इंच के दशमलव भिन्न में लिखो और पढो।

अ ज = १ इंच + १ इंच के ३ दसवें भाग

अ ज = १ ३ इंच।

पढने की रीति :—'१ ३' को 'एक दशमलव तीन' पढते हैं।

उदाहरण [२] ४ इं० + ८ इंच का मूल्य बताओ।

पृष्ठ १२७ के मापक से तुम देख सकते हो कि ·४ इंच = इंच के चार दसवें भाग और ८ इंच = इंच के आठ दसवें भाग।

४ इंच + ·८ इंच = इंच के चार दसवें भाग + इंच के आठ दसवें भाग = इंच के बारह दसवें भाग = १ इंच + इंच के २ दसवें भाग = १ २ इंच।

$$\begin{array}{r} ४ इं० \\ ८ ,, \\ \hline १\ \ २ ,, \end{array}$$

जोड के इस प्रश्न से तुमको ज्ञात हो गया होगा कि दशमलव भिन्न के जोड और साधारण जोड में कोई अन्तर नहीं है। केवल यह ध्यान रखना चाहिए कि लिखने में दशमलव-

चिह्न दशमलव-चिह्न के नीचे, इकाई इकाई के नीचे और दहाई दहाई के नीचे इत्यादि आएँ।

उदाहरण [३] ३.३ इं० − १.७ इं० का मूल्य निकालो।

∵ ३ . ३ इं० = इंच के ३३ दसवें भाग और
१ . ७ इं० = इंच के १७ दसवें भाग

∴ ३ . ३ इं० − १ . ७ इं० = इंच के ३३ दसवें भाग − इंच के १७ दसवें भाग
= इंच के १६ दसवें भाग
= १ . ६ इंच।

```
  ३ . ३ इं०
  १ . ७ इं०
  ─────────
  १ . ६ इं०
```

इस उदाहरण से तुम देख सकते हो कि दशमलव भिन्न की बाकी और साधारण भिन्न की बाकी में कोई अन्तर नहीं है।

अभ्यास ४४

(१) पृष्ठ १२७ का चित्र देखकर निम्नलिखित दूरियों को दशमलव भिन्न में लिखो और पढ़ो :—
अ ज, य द, ज र, द स, र ल, ज ल, द ल, य ल, अ स।

(२) २ इंच ५ दसवें भाग, ३ इंच ३ दसवें भाग, ८ दसवें भाग, ५ दसवें भाग और ३७ दसवें भाग इनको इंच के दशमलव भिन्न में लिखो।

(३) निम्नलिखित को साधारण भिन्न में परिवर्तित करो :—
२७ इंच, ३.१ इंच, १.९ इंच, .४, २.२, १.७।

(४) निम्नलिखित को दशमलव भिन्न के रूप में लाओ :—
$१\frac{२}{१०}$ इं०, $३\frac{४}{१०}$ इं०, $२\frac{३}{१०}$, $\frac{७}{१०}$, $५\frac{१}{१०}$, $१७\frac{३}{१०}$।

(५) निम्नलिखित को जोड़ो और पृष्ठ १२७ के चित्र की सहायता से अपने उत्तर की जाँच करो :—

(क) १२ इं० और २·४ इं० (ख) १·६ इं० और ·३ इं० (ग) २·६ इं० और १·४ इं० (घ) १८ इ० और १·७ इं० ।

(६) जोड़ो :—

(क)	(ख)	(ग)	(घ)
५ · २	२ ५	२८ ३	१७ · ५
३ ७	३ ७	५ ६	६ · १
	१७ ९	३ ४	४ · ०

(७) निम्नलिखित लम्बाइयों में क्या जोड़ा जाए कि योगफल ४ इंच हो जाए ? अपने उत्तर की जाँच पृष्ठ १२७ के चित्र की सहायता से करो :—

२७ इं०, १·९ इ०, ३·१ इ०, २·४ इ०, १·८ इं० ।

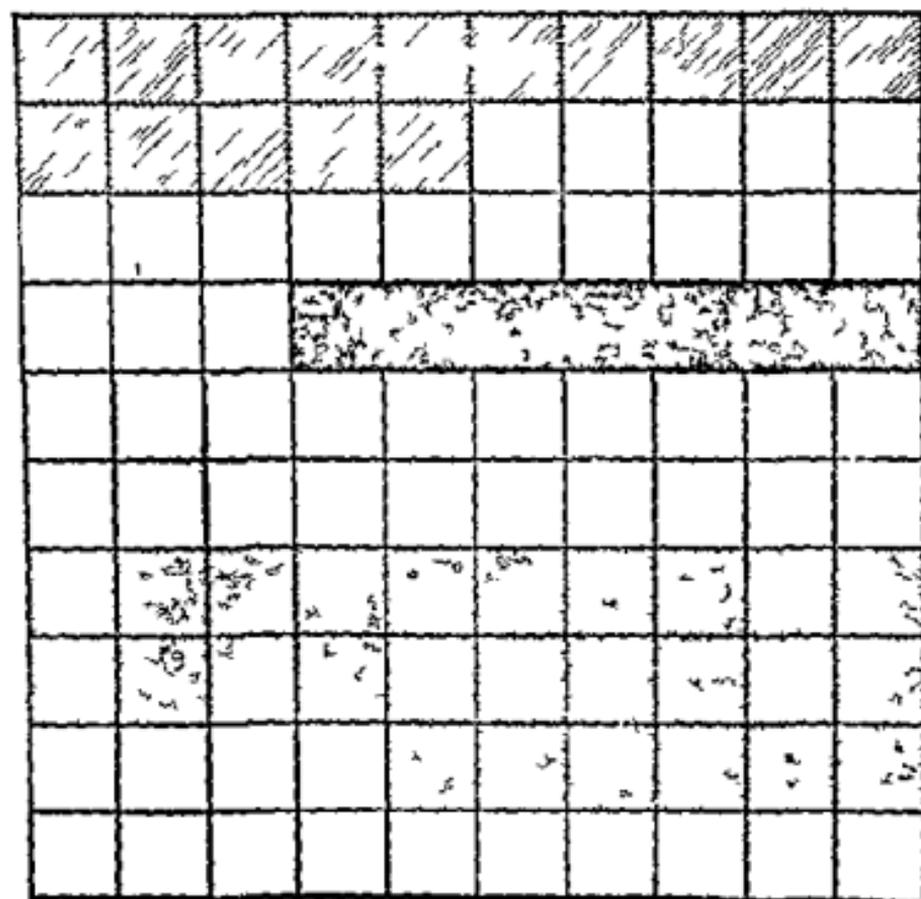
(८) घटाओ :—

(क)	(ख)	(ग)	(घ)
३ · २	१७ · १	२५ · ३	२४ · ५
२ · ५	९ · ८	१७ ७	१४ · ६

(९) ७५ और ९८ का योग उनके अन्तर से कितना अधिक है ?

(१०) १७१ इंच लम्बे तार के टुकड़े में से १२६ इं० लम्बा एक टुकड़ा काटा गया। बताओ कितना तार शेष रह गया। और यह भी बताओ कि एक टुकड़ा दूसरे टुकड़े से कितना छोटा है।

२—इकाई के सवें भाग

यहाँ पर एक वर्ग १०० छोटे छोटे वर्गों में विभाजित किया गया है। यदि पूरा वर्ग इकाई के बराबर माना जाए तो प्रत्येक पंक्ति जिसमें १० छोटे वर्ग हैं कुल वर्ग के $\frac{१}{१०}$ अर्थात १ के

बराबर है और प्रत्येक छोटा वर्ग कुल वर्ग के $\frac{१}{१००}$ या एक पंक्ति के $\frac{१}{१०}$ के बराबर है अर्थात प्रत्येक छोटा वर्ग ·१ का दसवाँ भाग या इकाई का सवाँ भाग है। जिस प्रकार इकाई

का दसवाँ भाग इकाई की दाहिनी ओर रक्खा जाता है उसी प्रकार दसवें भाग का दसवाँ भाग, दसवें भाग की दाहिनी ओर रक्खा जाता है अर्थात $\frac{१}{१००}$ इस प्रकार '०१ लिखा जाता है। इस प्रकार ऊपर के चित्र में बिलकुल काला भाग '०७ के बराबर है क्योंकि इसमें ७ छोटे छोटे वर्ग अर्थात इकाई के सात सवें भाग सम्मिलित हैं।

इसी प्रकार चित्र की एक पंक्ति और दो छोटे वर्ग = १२ छोटे वर्ग = '१२ ।

क्योंकि बड़े वर्ग का आधा ५ पंक्तियों के बराबर है और ५ पंक्तियों में ५० छोटे वर्ग हैं इसलिये आधा = पाँच दसवें = ५० सवें या $\frac{१}{२}$ = '५ = '५० ।

इससे तुम यह देखोगे कि '५ और '५० दोनों आपस में बराबर हैं। इससे यह फल निकलता है कि यदि किसी दशमलव भिन्न के अंकों की दाहिनी ओर शून्य बढ़ाए जाएँ तो उस भिन्न के मान में कोई अन्तर नहीं पड़ता।

उदाहरण [१] दो बड़े वर्ग, ५ पंक्तियाँ और ७ छोटे वर्ग सब मिलकर दशमलव भिन्न में किस तरह लिखे जाएँगे? तुम उनको किस तरह पढ़ोगे?

दो बड़े वर्ग + ५ पंक्तियाँ + ७ छोटे वर्ग = २ इकाइयाँ + ५ दसवें + ७ सवें = २'५७ ।

पढ़ने की रीति :— '२'५७' को पढ़ेंगे 'दो दशमलव पाँच सात' या 'दो दशमलव सत्तावन सवें' या 'दो पाँच दसवें सात सवें'। '२'५७' को 'दो दशमलव सत्तावन' पढ़ना अशुद्ध है क्योंकि दशमलव की दाहिनी ओर के अंक ५ व ७ दहाई व

इकाई के स्थान में नहीं हैं किन्तु दसवें व सवें भागों के स्थान पर हैं।

उदाहरण [२] ·३५ और ·४७ को जोड़ो।

पृष्ठ १३१ के चित्र में ·३५=३ पंक्ति+५ छोटे वर्ग और
·४७=४ पंक्ति+७ छोटे वर्ग।
·३५+४७=७ पंक्ति+१२ छोटे वर्ग
=८ पंक्ति+२ छोटे वर्ग
=८ दसवें+२ सवें
= ८२।

·३५
·४७
·८२

उदाहरण [३] ५७ में कितना मिलाएँ कि ·९५ हो जाए?

·५७=५७ सवें भाग=५७ छोटे वर्ग (चित्र पृष्ठ १३१)
·९५=९५ सवें भाग=९५ छोटे वर्ग („ „)
·९५ - ५७=३८ छोटे वर्ग=३८ सवें भाग=·३८।

९५
५७
३८

अभ्यास ४५

(१) निम्नलिखित को पृष्ठ १३१ के वर्ग में देखकर दशमलव भिन्न में लिखो और पढ़ो :—

(क) २ पंक्तियाँ और ३ छोटे वर्ग (ख) ५ पंक्तियाँ और ९ छोटे वर्ग (ग) ८ छोटे वर्ग (घ) २ बड़े वर्ग ४ पंक्तियाँ और ३ छोटे वर्ग।

(२) पृष्ठ १३१ के वर्ग द्वारा निम्नलिखित को दशमलव भिन्न में लिखो :—

(क) ३ दसवें २ सवें (ख) ४ दसवें । ५ सवें (ग) ६५ सवें (घ) ५ इकाइयाँ ३ दसवें ४ सवें ।

(३) पृष्ठ १३१ के वर्ग में बिन्दुदार भाग का मान बताओ। जिस भाग में आड़ी रेखाएँ बनी हैं उसका क्या मान है ?

(४) इनको साधारण भिन्न में परिवर्तित करो :—

'७०, '०९, '२५, '९९, ३'०५, ८ ६९, १०'०३ ।

(५) इनको दशमलव भिन्न में लिखो और पढ़ो:—

$\frac{३७}{१००}$, $\frac{५१}{१००}$, $\frac{६०}{१००}$, $\frac{९}{१००}$, $\frac{५}{१००}$, ३$\frac{१}{१००}$, ६ + $\frac{३}{१०}$ + $\frac{१}{१००}$,
२० + $\frac{१}{१००}$, $\frac{१}{१०}$ + $\frac{१}{१००}$?

(६) ६'७६ में प्रत्येक अंक का स्थानीय मान बताओ। पहला ६ दूसरे ६ का कितने गुना है ?

(७) नीचे के दशमलव भिन्नों को इस भाँति लिखो कि सबसे बड़ा भिन्न पहले और सबसे छोटा भिन्न अंत में हो :—

'०९, '९१, १'१, १, '७, '९६ ।

(८) जोड़ो:—

(क)	(ख)	(ग)	(घ)
३३'४८	५७'५१	१५'	२७'२५
१७'०२	१५'०७	१६'५७	४९'०९
	६'	१३'३	२६'३

(९) घटाओ:—

(क)	(ख)	(ग)	(घ)
५'	१७'५८	२१'०३	२३'१
३'६४	१३'७९	१५'०९	१३'९९

(१०) एक खेत का क्षेत्रफल ३·५ बीघा है। यदि १·२ बीघा में गेहूँ और ·७५ बीघा में जौ बोए गए हों तो बताओ कितना खेत खाली पड़ा है।

३—साधारण भिन्नों और मिश्रराशियों को दशमलव के रूप में लाना

उदाहरण [१] २·२५ को साधारण भिन्न में परिवर्तित करो।

$२·२५ = २ + \frac{२५}{१००} = २ + \frac{१}{४} = २\frac{१}{४}$।

उदाहरण [२] $\frac{३}{४}$ को दशमलव के रूप में लाओ।

$$\frac{३}{४} = \frac{३ \times २५}{४ \times २५} = \frac{७५}{१००} = ·७५।$$

उदाहरण [३] १।) को १) के दशमलव भिन्न में प्रकट करो।

१।) $= १\frac{१}{४}$ रु० $= १$ रु० $+ \frac{१ \times २५}{४ \times २५}$ रु० $= (१ + \frac{२५}{१००})$ रु० $= १·२५$ रु०।

उदाहरण [४] २·४५ पौं० का कीमत निकालो।

२·४५ पौं० = २ पौं० + $\frac{४५}{१००}$ पौं० = २ पौं० + $\frac{९}{२०}$ पौं० = २ पौं ९ शि०।

जमीन की लम्बाई नापने के लिये एक २२ गज की जरीब (साँकल) काम में लाई जाती है। यह १०० बराबर कड़ियों की बनी होती है।

उदाहरण [५] ३ जरीब ३५ कड़ियों को जरीब के दशमलव भिन्न में लिखो।

३ जरीब ३५ कड़ी = ३ जरीब + $\frac{३५}{१००}$ जरीब = ३·३५ जरीब।

अभ्यास ४६

(१) निम्नलिखित को साधारण भिन्न में परिवर्तित करो :—
·५, ·०५, ·२५, ·१५, ७५, १·५, ६ ६।

(२) निम्नलिखित को दशमलव भिन्न मे परिवर्तित करो :—
$\frac{१}{२}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{१}{८}$, २$\frac{३}{८}$, १२$\frac{७}{८}$, ३$\frac{४}{५}$।

(३) निम्नलिखित का मूल्य बताओ।
५ आ०, ३·२५ रु०, ७·६ रु०, ४·७५ पौं०, ५·३५ पौं०, ६·६५ पौं०, १·३ मन, ५·७८ जरीब, ·०५ जरीब, ३·२३ जरीब, १·५ ग०, ३·२ मील।

(४) निम्नलिखित को पौंड के दशमलव भिन्न में परिवर्तित करो :—
२ पौं० ५ शि०, ३ पौं० ८ शि०, १० पौं० ७ शि०, २ शि०, १ पौं० १ शि०।

(५) रुपये के दशमलव भिन्न मे परिवर्तित करो :—
२।), ५॥), ३॥।)।

(६) जरीब के दशमलव भिन्न में परिवर्तित करो :—
३ जरीब ५ कड़ियाँ, ५ जरीब २७ कड़ियाँ, ६ जरीब ४२ कड़ियाँ, १ कड़ी, ६६ कड़ी।

(७) (७·३ + ६·२५ − ६·०५) रु० का मान बताओ।

(८) (६·३१ + ५·२७ − ३·३८ − ७·५) पौंड का मान निकालो।

(९) मोहन के पास ४०) थे। उसने उनका '२५ अपने भाई को और शेष का '७५ अपनी बहन को दे दिया। बताओ मोहन के पास अब कितने रुपये शेष रहे ?

(१०) एक खेत का क्षेत्रफल १० बीघा है। उसके '४ भाग में गेहूँ, '३ भाग में जौ और शेष में चने बोए गए। बताओ कितने बीघा खेत में चने बोए गए।

४—जमीन का क्षेत्रफल

यदि पृष्ठ १३१ के वर्ग की प्रत्येक भुजा १ जरीब मानी जाए तो वर्ग का क्षेत्रफल १ वर्ग जरीब (वर्ग साँकल) कहलाएगा। और यदि ऐसे १० वर्ग लिए जाएँ तो उनका क्षेत्रफल १० वर्ग जरीब या एक एकड़ कहलाएगा। क्योंकि १० वर्ग जरीब = १ एकड़, इसलिये वर्ग जरीबों को एकड़ के दशमलव भिन्न में प्रदर्शित कर सकते हैं।

उदाहरण [१] १ एकड़ ७ वर्ग जरीब को एकड़ के दशमलव भिन्न में प्रदर्शित करो।

∵ १० वर्ग जरीब = १ एकड़

∴ ७ वर्ग जरीब = $\frac{७}{१०}$ एकड़ = '७ एकड़।

∴ १ एकड़ + ७ वर्ग जरीब = १ एकड़ + '७ एकड़

= १'७ एकड़।

उदाहरण [२] ६'६ एकड़ को एकड़ और वर्ग जरीब में प्रकट करो।

∵ '६ एकड़ = $\frac{६}{१०}$ एकड़ = $\frac{६}{१०}$ × १० जरीब = ६ जरीब

∴ ६'६ एकड़ = ६ एकड़ + ६ जरीब।

उत्तर ६ एकड़ ६ जरीब।

अभ्यास ४७

एकड़ के दशमलव भिन्न मे प्रदर्शित करो :—

(१) ३ ए० ४ वर्ग साँ०।
(२) ६ ए० ७ वर्ग साँ०।
(३) ३५ वर्ग साँ०।
(४) १० ए० ९ वर्ग साँ०।
(५) ७ ए० ८ वर्ग साँ०।
(६) ७५ ए० ३ वर्ग साँ० - ३६ ए० ९ वर्ग साँ०।
(७) १२ ए० ३ वर्ग साँ०।
(८) १९ ए० ६ वर्ग साँ०।
(९) ८४ ए० ५ वर्ग साँ०।
(१०) ९८ ए० ९ वर्ग साँ०।
(११) २५ ए० २ वर्ग साँ०।
(१२) ७३ ए० १ वर्ग साँ० + १५ ए० ३ वर्ग साँ०।

निम्नलिखित को एकड़ और वर्ग साँकल में दर्शाओ:—

(१३) ५.३ ए०।
(१४) ७.८ ए०।
(१५) (९५ + ५.७) ए०।
(१६) (३७.६ + ३५२ - ३७ - २८.९) ए०।
(१७) ७५.१ ए०।
(१८) १०५.७ ए०।
(१९) (९३४ - २३.९) ए०।
(२०) (२००.९ - ९.५ + ७२.८ - ९१५) ए०।

दसवाँ अध्याय

[महाजनी हिसाब]

यदि तुम किसी बनिये, बजाज, सराफ अथवा साहूकार या महाजन की दूकान पर थोड़ी देर बैठकर देखो तो तुम्हें मालूम हो जाएगा कि ज्यों ही ग्राहक कोई चीज खरीद लेता है त्यों ही बेचनेवाला स्वय अथवा दूकान में बैठा हुआ उसका मुनीम भट खारुवे के पतले पुट्ठेवाली लम्बे लम्बे पन्नों की बनी हुई एक पुस्तक सी खोलकर उसमें कुछ लिखने लगता है। यह पुस्तक रजिस्टर के समान एक बगल में सिली हुई नहीं होती और न इसके पन्ने ही दाहिनी ओर से बाईं ओर को खुलते हैं, बरन यह पुस्तक ऊपर के सिरे पर सूत की मोटी रस्सी से सिली रहती है और इसके पन्ने नीचे से ऊपर की ओर लम्बे लम्बे खुलते हैं। यदि यह किताब पूरी खोलकर रख दी जाए तो ४-५ हाथ लम्बी और एक बीता चौड़ी फैली हुई चीज के समान दिखेगी। दूकान में इस आकार की तुम्हें एक ही पुस्तक न दिखेगी बरन इसी के समान बीच से मुड़ी हुई और सूत की मोटी रस्सी से बँधी हुई इस प्रकार की किताबों का एक लम्बा चौड़ा और ऊँचा ढेर दिखाई देगा। पूछने पर मालूम होगा कि दूकानदार इन पुस्तकों को 'बहियाँ' कहते हैं।

इन बहियों को खोलकर देखने से तुम्हें मालूम हो जाएगा कि इन सभी बहियों में दूकान के आय-व्यय का विवरण लिखा है। किसी बही मे खरीदे हुए और बेचे हुए कपड़े का हिसाब है, तो किसी में भिन्न भिन्न व्यक्तियों के उधार जमा खर्च के

विवरण का अलग अलग उल्लेख है। इसी प्रकार भिन्न भिन्न बही में भिन्न भिन्न वस्तुविशेष का विवरण तुम देखोगे।

अच्छा, अब आओ किसी एक खास बही को और अधिक ध्यान-पूर्वक देखें। देखा, मुनीम पीले कागजवाली बही को ही प्रायः हर वार लिखता अथवा देखता है, शेष बहियों को वह कभी कभी उठाता है; और उनमें पीले कागजवाली बही की अपेक्षा लिखता भी बहुत कम है। इसलिए आओ सबसे पहले इसी पोली बही का अवलोकन करें।

रस्सी से बँधे हुए सिरे को खोलने पर हम देखते हैं कि अन्य सभी बहियों के समान इस पर भी काली स्याही से इस बही का नाम लिखा है—इसे रोजनामचा अथवा कच्ची रोकड़ कहते हैं। अब तुम्हारी समझ में आ गया होगा कि यह पीले कागज की क्यों बनाई गई है। तुम भी तो अपनी काट कूट की कापी प्रायः पीले ही कागज की बनाते हो। क्यों ?

पुट्ठा उलटाते ही तुम देखोगे कि प्रत्येक बही के पन्नों को मोड़ मोड़कर प्रत्येक पन्ने के आठ खाने कर दिए गए हैं, और पढ़ने से तुम्हें मालूम हो जाएगा कि दाहिनी ओर के ४ खानों में एक बात और बाईं ओर के शेष चार खानों में दूसरी बात लिखी है। दाहिनी और बाईं ओर के खानों में कोई प्रत्यक्ष सम्बन्ध नहीं दिखता। इस प्रकार प्रत्येक पन्ने को दाहिने और बायें दो हिस्सों में विभाजित करनेवाले विशेषतः दो शब्द और उनके ऊपर की दो लकीरें हैं। पन्ने के बाईं ओर ऊपर सिरे पर जमा और दाहिनी ओर ऊपर सिरे पर नाम लिखा हुआ है। इस जमा और नाम के ऊपर तिथि, माह, संवत तथा

दिन, तारीख और सन लिखा हुआ है, पर उसके नीचे विकारियो मे रुपये और उनका ब्योरा लिखा हुआ है :—

श्री शुभ मिती कुँवार बदी १४ स० १९८३, शनिवार ता० १८ सितम्बर मन १९२६ ई० ।

जमा	नाम
३०) घी बिक्री	१८) रामलाल के
२०) नकद	१०) शक्कर ॥।ऽ दर ऽ२
१०) उधार	८) चिरौंजी ऽ८ दर १) सेर
३०) खा० प०	१८) खा० प०

ऊपर के नमूने में तुम देखते हो कि जमा में बाईं ओर से पहले खाने में पूरी रकम लिखा है, इसी प्रकार नाम में भी चार खानों में से बाईं ओर से पहले खाने में पूरी रकम लिखी हुई है। इस पहले खाने को सिरा कहते हैं और प्रत्येक जमा व नाम की मद की पूरी रकम सिरे में लिखी जाती है। इसके पश्चात तुम यह भी देखते हो कि इसी पूरी रकम का अलग अलग विवरण भी लिखा है, पर इस अलग अलग विवरण की रकम सिरे में नहीं लिखी गई वह प्रत्येक मद में बाईं ओर से दूसरे खाने में लिखी हुई है। इस दूसरे खाने को पेटा कहते हैं, और इसमें पूरी रकम के अलग अलग विवरण की रकम को लिखते हैं। यदि पूरी रकम के अलग अलग विवरण का और भी क्षुद्र विशेष विवरण हो तो उसकी रकम बाईं ओर से तीसरे खाने मे लिखते हैं, और उस खाने को दर पेटा कहते हैं। प्रत्येक खाने के जोड को उसके नीचे आगेवाले खाने मे रखते हैं अर्थात सिरे का जोड पेटा में और पेटे का जोड दर पेटा में लिखते हैं। उसके आगे खाता पन्ना अथवा रोकड़-पन्ना लिखते जाते हैं, जिसका अर्थ तुम्हें आगे चलकर मालूम होगा।

रामलाल ने मंगलवार के दिन २५०) खर्च किए, जिनमें से १००) का कपड़ा, १००) का किराना और ५०) के फल खरीदे। कपड़ा उसने भिन्न-भिन्न प्रकार का खरीदा, और किराना तथा फल भी उसने एक ही तरह के नहीं लिए। वह इस हिसाब को अपनी बही में इस प्रकार लिखेगा :—

श्री शुभ मिती बैसाख सुदी ५ सं० १९८५, मङ्गलवार ता० ११ अप्रैल सन् १९२८ ई०।

जमा

किसी भी दूकान में वहियों की संख्या उस दूकान में विकने और खरीदने की चीजों पर तथा कम अथवा अधिक उधार लेन-देन पर निर्भर है। जितनी बड़ी दूकान होती है उसमें उतनी ही अधिक और बड़ी बड़ी बहियाँ रहती हैं। पर मुख्यतः तीन वहियाँ प्रायः छोटी से छोटी दूकान के लिये भी आवश्यक होती हैं—**(१) रोजनामचा या कच्ची रोकड़, (२) पक्की रोकड़ और (३) खाताबही।**

रोजनामचे में जैसा ऊपर देखा जा चुका है ज्यों ही कोई चीज बेची अथवा खरीदी जाती है त्यों ही वह उसमें दर्ज कर ली जाती है। इस प्रकार इस बही में रोज रोज की पूरी आय-व्यय का विवरण रहता है। पर यह विवरण अव्यवस्थित रहता है। अर्थात एक ही समान रकमों का विवरण अलग अलग बिखरा हुआ रहता है। इस कारण रोजनामचे पर से स्पष्ट रूप से हिसाब सिलसिलेवार नहीं ढूँढ़ा जा सकता। इसलिये इस रोजनामचे के हिसाव को व्यवस्थित कर तथा सिलसिलेवार छाँट-छाँट कर स्पष्ट रूप से एक दूसरी बही में नकल कर लेते हैं। इस परिष्कृत बही को **पक्की रोकड़** कहते हैं। यह पक्की रोकड़ दूकानदार के बड़े काम की चीज है। इसके विना उसे यह पता नहीं लग सकता कि उसने कितने का माल खरीदा, कितने का बेचा, उसे क्या लाभ हुआ, क्या हानि हुई, वह दूसरों का कितना ऋणी है, दूसरे लोग उसका कितना रुपया चाहते हैं, उसकी दूकान में कितना माल शेष है इत्यादि इत्यादि। पर यद्यपि पक्की रोकड़ में ये सब बातें स्पष्ट रूप में लिखी रहती हैं, तथापि किसी भी समय किसी व्यक्ति-विशेष अथवा वस्तु-विशेष का जमा-नामें का मिलान अलग एक ही स्थल पर न मिल सकने के कारण प्रत्येक बात जाँचने के लिये सम्पूर्ण रोकड़

बार बार लौटाना-पौटाना पड़ती है, जो कठिन-साध्य होने के साथ ही त्रुटिपूर्ण भी सिद्ध होती है। इस अड़चन से बचने के लिये दूकानदार सदैव ही एक अलग बही रखते हैं जिसे खाताबही कहते हैं और जिसमें वे भिन्न भिन्न व्यक्तियों और आवश्यकतानुसार भिन्न भिन्न वस्तुओं का अलग अलग खाता रखते हैं—यथा रामगोपाल का खाता, हल्दी-खाता, शेष सामान-खाता, लाभ-हानि-खाता इत्यादि। इस प्रकार हर एक खाते में भिन्न-भिन्न बातों का एक ही स्थान पर सम्पूर्ण विवरण मिल जाता है और किसी भी समय किसी भी व्यक्ति एवं वस्तु का तैयार हिसाब सामने रहता है। खाता बड़ा होने के कारण बड़ी बड़ी दूकानों में एक एक बही में एक एक खाता रख लिया जाता है और इस प्रकार बहियों की संख्या अत्यधिक हो जाती है। पर छोटी दूकानों में एक ही बही में चार चार छः छः पन्नों में एक खाता रख लेने से ही काम चल जाता है।

रोकड़ लिखने की रीति

खरीद बिक्री, लेन-देन आदि दो प्रकार से होते हैं—एक नकद और दूसरा उधार। रोकड़ में नकद का हिसाब-किताब रखना अत्यन्त सुगम है, पर उधारी में कुछ अड़चन पड़ती है। इसका कारण यह है कि उधारी की रोकड़ लिखते समय प्रत्येक रकम का दो बार उल्लेख करना पड़ता है।

साधारण नियम यह है कि जो नकद रुपये किसी भी तरह से बिक्री, सूद आदि के दूकान में आते हैं वे क्रमानुसार जमा के नीचे लिखे जाते हैं और जो नकद रुपये किसी भी तरह से

उधार अथवा माल खरीदने के लिये दूकान से दिए जाते हैं वे नामों के नीचे लिखे जाते हैं।

राधामोहन ने २००) के कागज के, ५०) के पेंसिलों के, और १००) की स्याही के पारसल छुड़ाए और १४) चुंगी के दिए। गोपालचन्द्र ने उसे २५०), नन्दे्बुक्के ने ३००) और भाटिया ने १७५) नकद दिए, तथा उसी दिन उसे ४०) ब्याज के भी मिले तो उसकी रोकड़ इस प्रकार होगी। [जो रुपया दूकान से बाहर गया है वह नाम और जो दूकान में आया है वह जमा के नीचे लिखा जाएगा।]

श्री शुभ मिती कुँवार सुदी ५ सं० १९८४, गुरुवार ता० १२ सितम्बर सन १९२७ ई०।

जमा	नाम
२५०) श्रीगोपालचन्द्र के	२००) श्रीकागज खाते
३००) श्रीनन्दे्बुक्के के	५०) श्रीपेंसिल खाते
१७५) श्रीभाटिया के	१००) श्रीस्याही खाते
४०) श्रीब्याज खाते	१४) चुंगी खाते
७६५) खा० प०	३६४) खा० प०

पर जो माल उधार खरीदा अथवा बेचा जाता है वह जमा और नाम दोनों ओर लिखा जाता है। यथा—यदि गोपालदास चन्द्रशेखर के यहाँ से १५०) की शक्कर उधार खरीदेगा और

परशुराम को ४५) रुपये के नारियल उधार बेचेगा तो वह अपनी राकड में इस प्रकार लिखेगा :—

श्री शुभ मिती वैसाख बदी १२ स० १९८५, रविवार ता० १३ अप्रैल सन १९२८ ई०।

जमा	नाम
१५०) श्रीचन्द्रशेखर के	१५०) श्रीशङ्कर खाते
४५) श्रीनारियल खाते	४५) श्रीपरशुराम के
१९५) खा० प०	१९५) खा० प०

पर यदि उधार क्रय विक्रय में कुछ नकद रुपया भी लिया दिया जाता है तो उसका उल्लेख स्पष्ट रूप से कर दिया जाता है। माल का मूल्य पूरा पूरा जमा नाम में लिखा जाता है और यदि रकम दूकानदार को मिलनेवाली होती है तो वह जिस व्यक्ति से मिलनेवाली होती है उसके नाम और यदि रकम दूकानदार को देनी होती है तो वह जिस व्यक्ति को देनी होती है उसके जमा में लिखी जाती है। यथा—

जमा	नाम
३९६) जूते खाते	३९६) रामदयाल के
३९६) फ्लेक्सजूते १२ दरजन दर ३३) दरजन	३९६) फ्लेक्सजूते १२ दरजन दर ३३) दरजन
३९६) खा० प०	३९६)
२५०) रामदयाल के	
२५०) नगद फ्लेक्सजूते के मद्धे	

नोट—इस उदाहरण में गुलाबमोहन ने रामदयाल को १२ दरजन फ्लेक्सजूते ३३) दरजन की दर से उधार बेचे; जिसमें से २५०) नकद पाये शेष बाकी रहे।

जमा	नाम
४७५) श्री चाँदी खाते	४३०) श्री सोना खाते
४७५) चाँदी ८०० तोले दर ॥-)॥	४३०) सोना २० तोला दर २१॥)
४७५) खा० प०	४३०) खा० प०
	४५) बारेलाल सराफ के
	४५) चाँदी ८०० तोला ४७५) के बदले में सोना २० तोला ४३०), बाकी रहे सो नामे लिखे
	४५) खा० प०

नोट—इस उदाहरण मे घनश्यामदास ने बारेलाल को ८०० तोले चाँदी दर ॥-)॥ की दी, और बारेलाल ने २० तोले सोना दर २१॥) दिया, बाकी रकम लेन-देन रही। यह घनश्यामदास की रोकड़ है।

यह स्मरण रखना चाहिए कि नकद रुपये को 'रोकड़' अथवा सिलक भी कहते हैं। इसलिये प्रतिदिन रोकड़-बही लिखने के समय जमा की ओर पहली कलम श्रीरोकड़ खाते जमा रहती है, और इसी प्रकार प्रतिदिन अन्तिम कलम भी रोकड़

खाते रहती है। इस प्रकार जमा और खर्च का योग प्रतिदिन बिलकुल बराबर रहता है। यदि कभी भूल हो जाने के कारण कुछ अन्तर पड़ जाता है जो बहुत ढूँढ़ने पर भी नहीं मिलता, तो उस अन्तर को आवश्यकतानुसार बट्टेखाते जमा अथवा बट्टेखाते नामे में डाल देते हैं।

जमा-खर्च

हम सब लोग प्रतिदिन कुछ न कुछ रोज खरीदते हैं और खर्च करते हैं। जरूरत पड़ने पर दूसरों से रुपये उधार लेते हैं। यदि अपने पास रुपये अधिक हुए तो दूसरों को भी अपने रुपये कर्ज में दे देते हैं। इस सब लेन-देन का हिसाब रखा जाता है। जिस कापी में हिसाब लिखा जाता है उसे रोकड़ कापी या रोकड़ बही कहते हैं। रोजनामचा भी इसे कहते हैं। इसे लिखते समय नीचे लिखे नियम ध्यान में रखकर लिखना पड़ता है।

(१) पन्ने के बाएँ तरफ हमेशा रुपया जो जमा होवे हैं लिखना चाहिए।

(२) पन्ने के दाईं ओर खर्च लिखा जाता है।

(३) जो रुपये दूसरे के पास से अपने यहाँ आये हों उन्हें जमा के खाने में लिखना चाहिए।

(४) जो रुपये अपने यहाँ से दूसरे को दिये हों उन्हें नामे में लिखना चाहिए।

(५) उधार माल के रुपये रोजनामचे में दोनों तरफ लिखने पड़ते हैं।

क—प्रत्येक खाते में उधार खरीदा हुआ माल जमा के खाने में लिखना चाहिए।

ख—अपने यहाँ से जो माल उधार दिया जाता है उसे नामे के खाने में लिखना चाहिए।

ग—जो रुपये किसी को उधार देते हैं उस रकम को रोजनामचे के खर्चवाले खाने में लिखना चाहिए।

श्री

श्री शुभ मिती कार्तिक सुदी ५ सं० १९९१, सोमवार तारीख ११ नवम्बर सन् १९३४ ई०

जमा	नामे
२००) श्रीरोकड़बाकी	५०) रामभरोसे को उधार दिये
६।।।) उधारी बिक्री	६।।।) मनोहर के नामे (उधारी)
१००) रामसिह ने ब्याज दिया	१।) शक्कर
	२।।) घी
७।) नगदी बिक्री	३) नारियल
	६।।।)
३१४) कुल तीन सौ चौदह रु०	३५) पार्सल छुड़ाई
	७।) फुटकर खर्च
	९९) कुल खर्च
	२१५) श्री बाकी रोकड़ रही
	[illegible]

खतौनी

ऊपर वतलाया ही जा चुका है कि किसी व्यक्तिविशेष अथवा वस्तुविशेष का सम्पूर्ण आय-व्यय अथवा क्रय-विक्रय एक ही स्थान पर सुव्यवस्थित रूप से पाने के लिये और वार बार ढूँढ़ते रहने की अड़चनों से बचने के लिये दूकानदार एक खाता-बही रखता है। इस खाता-बही में रोकड़-बही की प्रायः सभी कलमें यथा स्थान उतार ली जाती हैं। इस प्रकार रोकड़-बही में से खाता-बही मे कलमे उतारने की क्रिया को **खताना या खतौनी करना** कहते हैं।

खाते में भिन्न भिन्न रकमों का कुछ भी विवरण नहीं रहता, इसमें केवल रकम, रोकड़-पन्ना और मिती का उल्लेख रहता है। अब तुम्हारी समझ में आगया होगा कि रोकड़-वही में प्रत्येक रकम के नीचे जो तुम खा० प० लिख देते थे उसका क्या अर्थ है। रोकड़-बही में प्रत्येक रकम के पास खाता-बही का पन्ना और खाता-बही में राकड़-बही का पन्ना लिख दिया जाता है।

खाता-वही पन्ना १३

खाता चाँदमल चोथमल सराफ का बाबत सं० १९८३

जमा	नाम
३१५॥=) रोकड़-पन्ना १४ मिती पूस सुदी ५ ता० ५-१-३१	२४७॥=)॥ रोकड़-पन्ना १४ मिती पूस सुदी ५ ता० ५-१-३१
	४०=) रोकड़-पन्ना १६ मिती पूस सुदी ५ ता० ५-१-३१

नोट—खाते का यह तेरहवाँ पन्ना रोकड़ में इन्हीं कलमों के नीचे लिख दिया जायगा।

महाजनी के प्रश्न

अभ्यास ४८

(१) मेरे पास ४३५॥=)॥ हैं, ॥-)॥ गज के भाव से १५ गज कपड़ा, १२।=) के आलू, १॥-)। के नीबू और =) के पान खरीदे, २५) हीरालाल को उधार दिये, ११ऽ।=) रामलाल दे गया, ५७) का गल्ला बेचा, ३०।) में घोड़ा खरीदा। हिसाब तैयार करो।

(२) १२७॥।) हमारे पास पिछली बचत थी; १५।) का घी, ४) का गेहूँ, ३=) की शक्कर, ।।) का नमक, ॥=)॥ की तरकारी, ॥)॥ की शक्कर, =)। के पान लिये, २१=) तोले के भाव से ९ तोला सोना मोल लिया, ॥।=)॥। पुण्य किये, २४०॥) रामधोन ने उधारी के लौटाये। रोकड़ बाकी निकालो।

(३) ४१५॥) हमारे पास थे। १०॥=) का कपड़ा, ३) का घी, ॥=) के पान, १५०) रामाजी को कर्ज दिये, १॥) ब्याज के महेश ने दिये, ७॥) दुकान-खर्च, १८॥।) मोटर-खर्च, ३५) की साइकिल खरीदी। जमाखर्च तैयार करो।

(४) रामनारायण के पास २४०।।) पिछली बचत थी। १७॥) का कपड़ा, ऽ।) सिलाई खर्च, ८॥=) का गल्ला, रामेश्वर ने १५०।) कर्ज के चुकाये, ५०॥=) का बैल खरीदा। रोकड़ बाकी निकालो।

(५) धनेश्वर के पास ३७०॥≈) रु० थे। ७॥) का घी, ३≈) की शक्कर, १≈) नौकर को दिया, ३७॥) खेत का लगान पटाया, महेश ने १३०॥) कर्ज के लौटाये। हिसाब तैयार करो।

(६) १३५॥) का कपड़ा बेचा, ३७०|≈)॥ रामकिशोर ने कर्ज के चुकाये, ५०।) पिछली बचत थी। १५०॥) की साइकिल खरीदी, ३≈) की शक्कर, ३॥) की गज के भाव से १६ गज कपड़ा खरीदा, २७०) रामजी पटैल को कर्ज में दिये। रोकड़ बाकी निकालो।

(७) ३७०॥≈) पिछली बचत थी, ७॥) मकान किराया, ३≈) की सुपाड़ी, १०≈) के नारियल, १॥)॥ की हल्दी, ॥≈) के पान, १३७॥) रामेश्वर को उधार दिये, वृजमोहन ने १०॥)। ब्याज के पटाये। रोकड़ बाकी निकालो।

ग्यारहवाँ अध्याय

[विविध प्रश्न]

अभ्यास ४९

(१) ३८८७६०३ को पढ़ो और ८ व ६ के स्थानीय मानों की आपस में तुलना करो।

(२) एक जिले में ४ तहसीली स्कूल हैं। पहले स्कूल का वार्षिक व्यय २२५।=)॥।, दूसरे का व्यय पहले से ३५।≡) अधिक और तीसरे का दूसरे से भी ४८≡)॥ अधिक है। यदि चारों स्कूलों का वार्षिक व्यय ११०५॥) हो तो चौथे स्कूल का वार्षिक व्यय क्या है? जोड़ने और घटाने की क्रिया एक साथ करते हुए इस प्रश्न को निकालो।

(३) ७३४५ को २४४१६ से तीन पंक्तियों में गुणा करो।

(४) ३२५ × १८७ और १८७ × २२६ का अन्तर निकालो।

(५) एक संख्या को ५, ६ और ७ से लगातार भाग देने में क्रमशः २, ३ और ४ शेष रहते हैं तो उसी संख्या को ७० से भाग देने से क्या बचेगा?

(६) वह बड़ी से बड़ी धनराशि बताओ जो ३५७५ रु० में से ५९ बार घटाई जा सके। घटाने के पश्चात् क्या शेष रहेगा?

(७) एक टोकरी में १२ सेर १३ छटाँक गेहूँ आते हैं। तो ७ मन २७ सेर ८ छटाँक नापने के लिये वह टोकरी कितनी बार भरनी पड़ेगी?

(८) १ फर्लाङ्ग सड़क की मरम्मत में २४३॥–)॥ खर्च करने पड़ते हैं। तो १४ मील ६ फर्लाङ्ग लम्बी सड़क की मरम्मत में क्या खर्च होगा? व्यवहारगणित द्वारा निकालो।

(९) एक हवाई जहाज १ घंटे में ९० मील जाता है तो वह १ मील कितनी देर मे जाता है ? २२५ मील कितनी देर में जायगा ?

(१०) एक बुकसेलर किताबो पर छपे हुए मूल्य पर प्रति-रुपया १ आना कमीशन देता है। बताओ जिस किताब के मैंने ५॥=) दिए उस पर छपा हुआ मूल्य क्या है।

(११) मैंने एक पुस्तक की कुछ प्रतियाँ २।) में मोल लीं। बताओ एक पुस्तक का मूल्य ।)॥ है या ।=)। ? मैंने कुल कितनी प्रतियाँ मोल लीं ?

(१२) यदि रेल के किराये की दर ३$\frac{१}{४}$ पाई प्रतिमील हो तो मैं ८४ मील का किराया दे सकता हूँ। यदि रेल का किराया ३ पाई प्रतिमील हो जाए तो मैं कितने मील का किराया और दे सकता हूँ ?

(१३) नीचे लिखे भिन्नों में से दो सबसे बड़े भिन्नों के योग में से दो सबसे छोटे भिन्नों के योग को घटाओ:—

१$\frac{३}{५}$, ९$\frac{३}{६}$, $\frac{२}{७}$$\frac{३}{८}$, $\frac{५}{४}$$\frac{२}{५}$।

(१४) (३'५७ – २'६१ + ७'०९) पौंड का मान बताओ।

(१५) नीचे के प्रश्नों में * चिह्नों के स्थान पर जो अङ्क छूटे हुए हैं उनको ज्ञात करो।

(क) गुणा * * *

	* *
२ ५ ४	
१ ५ २ ४	

(ख) भाग

```
          २ * २
     -----------
  * * ) * * * * *
        १ ४ ४
          ८ *
          ८ *
         -----
          * * *
          * * *
         -----
            ×
```

(१६)

	पुरुष	स्त्रियाँ	लड़के	योग
पहले दिन	२५		८	
दूसरे दिन		१३		
तीसरे दिन		१५	१४	४६
योग	६१	३८		१३३ कुल योग

एक खेत ३ दिन में निराया गया। मजदूरों की संख्या का कुल ब्योरा पिछले पृष्ठ के नक़शे में लिखा है। जो कोठे खाली हैं उनको भरकर ब्योरे को पूरा करो।

(१७) ६००० और ७००० के बीच की वह संख्या बताओ जिसको २५, ३५, ४२ और ६३ से भाग देने से क्रमश: १०, २०, २७ और ४८ बाकी बचते हैं।

(१८) यदि नीचे लिखे भाग के प्रश्नों में शेष २ रहता हो तो चिह्नों के स्थान पर कौन अङ्क हैं ?

(क) ३८२५* ÷ ७ (ख) १*३८४ ÷ ३

(ग) ६*२७८ ÷ ९ (घ) ४*३५ ÷ ११।

(१९) निम्नलिखित संख्याओं के रूढ़ि गुणनखंड निकालो :— ५०४०, ८१६०, ४२३५।

(२०) कुछ लड़कों के यदि १५, १६, २० या २५ के समूह बनाए जाएँ तो प्रत्येक अवस्था में ३ लड़के शेष बचते हैं। बताओ कम से कम कितने लड़के हैं।

(२१) नीचे लिखे हुए भिन्नों को क्रम से लिखो, सबसे बड़े भिन्न को सबसे पहले लिखो :—

$\frac{४}{७}$, $\frac{१}{९}\frac{१}{३}$, $\frac{५}{६}$; $\frac{२}{९}\frac{}{३}$, और $\frac{४}{२}\frac{}{९}$।

(२२) ८४ रु० २ आ० ८ पाई के $\frac{३}{५}$ को ३३६ रु० १० आ० ८ पाई के $\frac{६}{३}_{५}$ के भिन्न में लाओ।

(२३) किसी संख्या के $\frac{१}{४}$, $\frac{१}{६}$ और $\frac{४}{९}$ का योग ९३ है तो वह संख्या क्या है ?

(२४) नीचे के प्रश्नों में रिक्त स्थानों को भरो।

(क) $३\frac{४}{५}+६\frac{१}{२}-३\frac{१}{३}-{}^{१}\frac{२}{५}+१\frac{३}{४}-६\frac{१}{६}\frac{९}{०}=\ldots$

(ख) $६_{२}\frac{१}{०}-\ldots=११$

(ग)...:÷७=१$_{ग}$ $\frac{५}{८}$ ।

(२५) एक बन्दर ४४ गज लम्बे लट्ठे पर चढ़ रहा है। यदि वह एक मिनट में २ गज चढ़ता हो और दूसरे मिनट में $\frac{१}{३}$ गज फिसल ज़ाता हो तो बताओ उसको लट्ठे के सिरे तक पहुँचने में कितनी देर लगेगी।

(२६) ४८२० में उसका सबसे बड़ा रूढ़ि गुणनखंड कितनी बार सम्मिलित है ?

(२७) ६, ३, २ व ५ से बनी हुई बड़ी से बड़ी संख्या बताओ जो ४ व ११ दोनों से पूरी पूरी बँट जाए।

(२८) मेरे पास इतना धन है कि मैं ।≡)॥ प्रतिगजवाली मारकीन या ।–)॥ प्रतिगजवाले खद्दर पूरे पूरे गजों में ले सकता हूँ। तो बताओ मेरे पास कम से कम कितना धन है।

(२९) एक मनुष्य अपने वेतन का $\frac{१}{३}$ खाने-पीने में और $\frac{१}{४}$ दूसरे कामों में व्यय करता है। यदि उसकी मासिक बचत २५) हो तो उसका मासिक वेतन क्या है ?

(३०) एक सौदागर ने १५० बैल ७२।)॥ प्रतिबैल के हिसाब से मोल लिए और ७५॥)॥ प्रतिबैल के भाव से बेच डाले। व्यवहारगणित की रीति से निकाल कर बताओ कि उसको क्या लाभ हुआ।

(३१) एक बनिये ने ५) चीनी १०॥) प्रतिमन के भाव से खरीदी। यदि वह उसको ।)॥ प्रतिसेर के भाव से बेचे

तो उसको कुल क्या लाभ होगा? व्यवहारगणित द्वारा निकालो।

(३२) २२६ मन गेहूँ के दाम ३ रु० ३ आ० ६ पा० प्रतिमन की दर से व्यवहारगणित की रीति से निकालो।

(३३) १ खेत को ४ पुरुष या ६ स्त्रियाँ या ८ लड़के १० दिन में निरा सकते हैं तो इसी खेत को २ पुरुष ३ स्त्रियाँ और दो लड़के कितने दिनों में निरा सकेंगे?

(३४) डाकघर के सेविंगबैंक में रुपये जमा करने से १००) का एक वर्ष का ब्याज ३) मिलता है। यदि मोहन ३७॥) डाकघर में जमा करे तो ६ मास के पश्चात् उसे कितना ब्याज मिलेगा?

(३५) मैंने १२८ गज १२ गिरह मारकीन ७ आ० ६ पाई प्रतिगज के भाव से मोल ली। यदि मारकीन का मूल्य।=)॥ प्रतिगज होता तो मुझको कितना कम देना पड़ता?

(व्यवहारगणित की रीति से निकालो)

(३६) एक मालगुजार एक गाँव के।−)४ पाई का हिस्सेदार है। उसने अपने भाग का $\frac{3}{8}$ एक अनाथालय में लगा दिया और शेष का आधा एक स्कूल को दे दिया, और फिर शेष बचे हुए को एक मन्दिर में लगा दिया। यदि इस भाग से मन्दिर की वार्षिक आय १२००)

होती हो तो मालगुजार के सम्पूर्ण भाग की आय क्या है ?

(३७) एक जहाज पर ११२ मनुष्यों के लिये खाने-पीने की ४० दिन की सामग्री मौजूद थी। १० दिन पश्चात उस पर ४८ मनुष्य और आ गए। तो शेष सामान कितने दिन और चलेगा ?

(३८) $\frac{४}{५}\frac{२}{३}\frac{०}{५}$ और $\frac{१}{३}\frac{२}{७}\frac{}{६}\frac{६}{५}$ को संक्षिप्त करो।

(३९) यदि निम्नांकित भिन्नो में पहला भिन्न दूसरे से बड़ा हो तो रिक्त स्थानों में छोटी से छोटी कौन सी संख्याएँ हो सकती हैं ?

(क) ७, $\frac{६}{१}$ र (ख) र $\frac{३}{४}$, ४।

(४०) एक घोड़े और गाड़ी का मूल्य ३६०) है। यदि घोड़े का मूल्य गाड़ी के मूल्य का $१\frac{१}{४}$ हो तो घोड़े का मूल्य बताओ।

(४१) एक मन शक्कर का मूल्य ९) है। तो १३४ बोरा शक्कर के क्या दाम होंगे, जब कि प्रत्येक बोरे में २ मन ७ सेर ८ छटांक शक्कर आती हो ? (उत्तर व्यवहार-गणित की रीति से निकालो।)

(४२) ६५०) का ।।।। प्रतिरुपया मासिक ब्याज की दर से २ साल ४ माह २० दिन का ब्याज व्यवहार-गणित द्वारा निकालो।

(४३) नीचे के चित्र में खाली कोंठों को भरो:—

	मूलधन	समय	दर % प्रतिवर्ष	ब्याज	मिश्रधन
(क)		३ साल	६¾%		९५०)
(ख)		७ अप्रैल से ३१ अग०		११॥=)	७८६॥=)
(ग)	२५०)	२ साल ३ महीने	४		
(घ)	९००)		५		१०३५)

(४४) एक लड़के की गोलियों का ·७५ भाग लाल गोलियाँ और ·२ भाग हरी गोलियाँ हैं। यदि अब शेष बची गोलियाँ नीली हों, तो नीली गोलियाँ सब गोलियों का कौन सा भाग हैं? उत्तर साधारण भिन्न में दो।

(४५) (४·५ + ३·७ − २·८ − १·५) एकड़ को एकड़ और वर्ग-साँकल में दर्शाओ।

(४६) जमा और नाम से क्या अभिप्राय है? नकद और उधार बिक्री में क्या अन्तर है? वार्षिक चिट्ठे में कौन कौन से खाते बनाकर चिट्ठे का जमा-खर्च किया जाता है?

(४७) रामरतन बद्रीप्रसाद मुरादाबादनिवासी ने एक दुकान ५ जनवरी सन् १९२१ ई० को खोली। और उसने ७०) रुई दर ३०) प्रतिमन नकद मोल ली, और मोहनलाल ३०) गेहूँ २॥) प्रतिमन के भाव से उधार मोल ले गया।

६०) रुई दर ३५) प्रतिमन नकद बेची, ।।) दुकान में, १'।) मकान में खर्च हुए। इस हिसाब को रोकड़-बही में लिखो और खाता भी करो, और बताओ कि यदि रामरतन बद्रीप्रसाद के पास प्रातःकाल १२००) रोकड़-बाकी रही हो तो सन्ध्या-समय की रोकड़-बाकी क्या होगी।

(४८) रामभजन ने एक बजाज की दुकान से २१ थान मारकीन ५।=) की दर से नकद मोल लिए और मलमल ३० गज दर ३।।) प्रतिगज नकद बेचा। १।।) गाड़ी का किराया दिया और १ धोती जोड़ा ३।।) मकान के लिये मोल लिया। १०) मिश्रीलाल ने जमा किए। इस हिसाब को कच्चे रोजनामचा में दिखाओ और सन्ध्या-समय की रोकड़-बाकी निकालो जब कि रामभजन के पास प्रातःकाल १३५।।=)।।। श्रीरोकड़-बाकी रही हो।

(४९) २९ जून सन १९३१ ई० को एक दुकान ३००) लगाकर खोली गई। दुकानदार ने २० थान खद्दर दर ५।।) थान खन्नालाल बजाज की दुकान से उधार मोल लिए। ४००) का चना नकद बेचा। १५।।=) एक्के की गनवाई, ५।।) मकान की छवाई में खर्च हुए। तो श्रीरोकड़-बाकी निकालो।

(५०) मिती पूस बदी तेरस सं० १९८७ को एक दुकान तरकारी की २००) लगाकर खोली गई और आलू ३ मन दर

५।=) मन, भटा ५ मन दर १=) मन नकद मोल लिए गए। रामलाल को १०॥=) नकद दिए गए। १ मन आलू ~) का नकद बिका। इस हिसाब को रोकड़बही में लिखो और रोकड़ निकालो।

(५१) एक आदमी ने अपनी भैंस १५०) को बेची। यदि उसको खरीद की कीमत का $\frac{1}{8}$ नुकसान हुआ हो तो बताओ उसने कितने में भैंस खरीदी थी।

(५२) एक बनिया ३५ चीनी १०) प्रतिमन की और ४५ चीनी ८॥) प्रतिमन की मोल लेता है और दोनों को मिलाकर ।)॥ प्रतिसेर के हिसाब से बेचता है। बताओ उसे कितना लाभ होता है। यदि उसे चीनी =)॥। प्रतिसेर बेचनी पड़ती तो उसे नफा होता या नुकसान और कितना ?

(५३) ७ आ० २$\frac{2}{3}$ पाई को १ रुपया के दशमलव भिन्न मे दर्शाओ।

(५४) ३६'७५ रु० में क्या जोड़ा जाए कि योगफल ४०'०५ रु० हो जाए ? उत्तर रुपया आना पाई में दो।

(५५) (७ का सवाँ भाग + १५ का दसवाँ भाग) को दशमलव भिन्न में दर्शाओ।

(५६) एक जोड़ा धोती का दाम ३।=)॥। है। तो २४० जोड़ों का दाम व्यवहारगणित द्वारा निकालो।

(५७) ३२$\frac{3}{4}$ गज कपड़े के दाम ।)॥ प्रतिगज की दर से व्यवहारगणित द्वारा निकालो।

(५८) तीन लड़कों ने खेल के मैदान के चारों ओर एक साथ दौड़ना आरम्भ किया। यदि पहला लड़का ५ मिनट में, दूसरा लड़का ८ मिनट में और तीसरा लड़का १० मिनट में मैदान का पूरा चक्कर लगाए तो वे कितनी देर पश्चात फिर सब इकट्ठे होंगे ?

(५९) एक बर्तन में ८ सेर दूध भरा है और दो बर्तन ५ सेर व ३ सेर के खाली रक्खे हैं। तुम खाली बर्तनों की सहायता से चार चार सेर दूध किस तरह अलग करोगे ?

नीचे के प्रश्नों के उत्तर बहुत सोच समझ कर दो।

(६०) एक कुएँ से हर ५ मिनट में ३५ सेर पानी निकाला जा सकता है। तो १० मन पानी कितनी देर में निकाला जा सकेगा ?

(६१) ३२४ चीजों की कीमत ४६ पौं० ११ शि० ६ पें० है और उसी तरह की ३४० चीजों की कीमत ४८ पौं० १७ शि० ६ पें० है। तो संक्षेप रीति से २४ चीजों की कीमत निकालो।

(६२) ४ आदमियों को एक नदी डोंगी की सहायता से पार करनी है। डोंगी में २ से अधिक आदमी नहीं बैठ सकते हैं। बताओ डोंगी को नदी के एक किनारे से दूसरे किनारे तक कितनी बार ले जाना पड़ेगा। (केवट नहीं है, चढ़नेवाले डोंगी खे लेते हैं।)

(६३) २ मील लम्बी रेलवे लाइन बनाने के लिये साठ साठ गज लम्बी कितनी पटरियों की आवश्यकता होगी ?

(६४) यदि ४ मनुष्य ४ दिन में ४) कमाएँ तो उसी हिसाब से ८ मनुष्य ८ दिन में कितने रुपये कमाएँगे ?

(६५) एक लड़का जब वह १२ वर्ष का था तौल में १)२ था। तो जब उसकी अवस्था १८ वर्ष की होगी तो वह तौल में कितना होगा ?

(६६) एक पानी से भरे हुए बरतन का बोझ ॥) है और जब वह पानी से केवल आधा भरा होता है तब उसका बोझ १२ सेर होता है। बताओ जब उसमें केवल चौथाई पानी होगा तो उसका बोझ क्या होगा।

(६७) एक पेड़ की छाया की लम्बाई २ बजे दिन को ३० गज थी तो उसकी छाया की लम्बाई ४ बजे दिन को क्या होगी ?

(६८) एक गड़रिये ने मरते समय १७ भेड़ें छोड़ीं और यह कह गया कि सबसे बड़े लड़के को आधी, मँझिले को तिहाई और छोटे लड़के को नवाँ भाग मिले। भाग की कठिनता को दूर करने के लिये लड़कों ने एक भेड़ पड़ोसी की मिला ली। और फिर उनके इस प्रकार भाग लगाए कि बड़े लड़के को ९ और दूसरे लड़के को ६ और तीसरे लड़के को २ भेड़ें मिलीं। सब लड़कों ने प्रसन्नतापूर्वक अपने अपने भाग ले लिए और पड़ोसी की भेड़ पड़ोसी को लौटा दी। बताओ इसका क्या कारण था कि इस विभाग को सबने पसन्द किया।

को पूरे पूरे रुपये इनाम में देना है (आने, पाई नहीं) तो कम से कम कितने रुपये की जरूरत होगी ?

(५) २॥) माहवार सैकड़े ब्याज की दर से ४५०) का ब्याज १ साल ३ माह १० दिन का (व्यवहारगणित द्वारा) निकालो।

(६) ८ पुरुष या १२ स्त्रियाँ किसी काम को ४$\frac{1}{2}$ माह में पूरा करती हैं तो $\frac{1}{3}$ काम १४ पुरुष और ६ स्त्रियां मिलकर कब समाप्त करेंगी ?

महाजनी हिसाब

(७) रामलाल सेठ के यहाँ पहली मार्च १९३४ को ३९०॥)६ पिछली रोकड़ बाकी थी, उसने प्रति बोरा ९) की दर से १३ बोरे चावल बेचे; तनसुख काछी ने ब्याज सहित कर्ज की रकम २३७) अदा की, २३॥) की किताबों की पार्सल छुड़ाई, गोरेलाल को २५) का थान कपड़ा, १) का गरम मसाला और ३॥।)॥ की शक्कर बेची, दुकान की नगद बिक्री २३॥-)॥ हुई। घर का फुटकर खर्च ५।≈) हुआ, भुन्नीलाल को ३५) उधार दिये। जमा खर्च जमाओ और सिलक बाकी निकालो।

मौखिक

कोई पाँच प्रश्न करो।

(८) एक हौज पानी से भरा था, पानी का $\frac{1}{6}$ हिस्सा ढोरों को पिला दिया, $\frac{1}{3}$ हिस्सा बगीचे में सींच दिया, फिर

उसमें ४० घड़े पानी बचा तो पूरे हौज में कितने घड़े पानी था ?

(९) एक मजदूर ३ दिन में २॥।-) कमाता है तो १७ दिन में कितना कमावेगा ?

(१०) २४) तोले के भाव से ३ रत्ती सोने की क्या कीमत हुई ?

(११) १) खरीद पर ।) नुकसान से कोई वस्तु ८६) में बेची तो खरीद कितनी थी ?

(१२) ≡)॥ छटाँक के भाव से ८ सेर के क्या दाम हुए ?

(१३) ॥≈) सैकड़ा माहवार ब्याज की दर से २२५) का ३ माह का क्या ब्याज हुआ ?

पाटी

(१४) ॥।) ६ प्रति सैकड़ा प्रति माह, ब्याज की दर से ४७५) का १ वर्ष ५ माह १० दिन का ब्याज निकालो। (व्यवहारगणित से)

या

(१५) ॥।-) सेर के भाव से ३ मन १२ सेर ६ छटाँक बादाम के दाम, व्यवहारगणित द्वारा, बताओ।

(१६) एक किसान ने १५) रुपये में एक खेत मोल लिया। उसमें २।) प्रति मन के भाव से ४ मन २० सेर आलू मोल लेकर बोये, उसमें २० मन १ सेर आलू पैदा हुए;

मौखिक

(२२) किसी खेत के $\frac{१}{४}$ भाग में ३०० मन गेहूँ बोते हैं तो उसके $\frac{१}{३}$ भाग में कितना गेहूँ बोया जा सकता है।

(२३) १७५) का ५ माह का ॥।≈) सैकड़ा माहवार ब्याज की दर से क्या होगा ?

(२४) ३ छटाँक बादाम के दाम ।)॥ हैं तो ५ सेर बादाम के दाम क्या हुए ?

(२५) एक आदमी ने तीन दर्जन पेंसिलें ।–)॥ दर्जन के भाव से खरीदीं। उन सब पर –)॥ महसूल लगा। यदि हर एक पेंसिल ९ पाई में बेची जाय तो क्या लाभ-हानि हुई ?

पाटी

(२६) ६६५) का ५ साल का ॥।)॥ सैकड़ा माहवार ब्याज की दर से क्या ब्याज होगा ? (व्यवहारगणित द्वारा)

(२७) लघुतम समापवर्त्य किसे कहते हैं ? १३०, ३१५, १५० के गुणनखण्ड रूढ़ उत्पादक निकालो।

(२८) १० आदमी या १५ औरतें १ महीने में ३४०॥) कमाते हैं तो उतने ही समय में २० आदमी और ८ औरतें क्या कमावेंगी ?

(२९) किसी खेत के $\frac{२}{६}$ हिस्सा में गेहूँ बोया, $\frac{३}{६}$ हिस्सा में अलसी बोई और बाकी में चना। यदि अलसी और

गेहूँ का क्षेत्र १८० एकड़ है तो बताओ चना कितने एकड़ में बोया गया।

(३०) किसी मनुष्य की पिछली बचत ६६८≈) है। ८≈) मन के भाव ७ मन शकर खरीदी। ३५) मकान किराया दिया, ।) सैकड़े के भाव से ६ हजार आम खरीदे, ३५॥) तोले के भाव से ९ तोला सोना मोल लिया। ३॥) जोड़ी के भाव से ३ जोड़ा धोती खरीदी। रोकड़ बाकी निकालो।

मौखिक

(३१) ३) सेर के भाव से ३ सेर ४ छटाँक के दाम बताओ।

(३२) २॥ पैसा प्रति रुपया माहवारी ब्याज की दर से २४) का ५ माह का क्या ब्याज हुआ ?

(३३) ४ लड़के एक काम २० दिन में करते हैं तो २ दिन में कराने के लिए कितने लड़के लगेंगे ?

(३४) $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{६}$ में कौन सी संख्या छोटी है ?

(३५) एक स्कूल में १२० विद्यार्थी हैं। उनका $\frac{३}{१०}$ भाग बीमार है तो कितने लड़के हाजिर हैं ?

पाटी

(३६) एक लड़के ने एक किताब का $\frac{१}{३}$ भाग पहिले दिन पढ़ा, १५ पन्ने दूसरे दिन और फिर उस किताब का $\frac{१}{६}$ हिस्सा तीसरे दिन पढ़ा और ३० पन्ने रोज के हिसाब

से पढ़कर ४ रोज में किताब खतम कर दी तो कुल कितने पन्ने थे ?

(३७) एक आदमी ने ।||) सैकड़ा माहवारी ब्याज की दर से ४७५) कर्ज लिये और उन्हें ४ माह के बाद १०||=) सैकड़ा सालाना ब्याज की दर से दूसरे को उधार दे दिये तो कर्ज लेने के ३ साल ६ माह बाद उसकी क्या बचत हुई ?

(३८) एक किले में ३५० सिपाहियों के लिए १½ माह की खुराक थी। १२ दिन के बाद १२५ आदमी मारे गये और उनकी जगह ८० सिपाही आ गये तो बाकी सामान इनको कितने समय को होगा ?

(३९) अगर १८, २४, ३० और ४० नारंगियों के हिस्से लगाये जावें तो आखिरी हिस्से में ३ नारंगियाँ कम हो जावें; कुल नारंगियाँ बताओ।

मनगणित

(४०) ||| प्रति रुपया माहवारी ब्याज की दर से ५०) का ३½ माह में क्या ब्याज होगा ?

(४१) एक आदमी ३ माह में जितना रुपया कमाता है उतना चार माह में खर्च करता है। वह १२) माहवार का नौकर है तो १ साल में क्या बचावेगा ?

(४२) एक अहीर ३ पाव रोज दूध देता है। उसने फरवरी माह में ३ दिन नागा किया। दूध रुपये का ४ सेर मिलता है तो कितने रुपये का दूध हुआ ?

(४३) २०) तोले के भाव से ४ रत्ती सोने के क्या दाम हुए?

पाटी

(४४) ४२५) रुपयों का १६।।।=) सैकडा सालाना व्याज की दर से १ वर्ष ४ माह २० दिन का क्या व्याज होगा ?

(४५) एक आदमी ने अपने रुपये ६ लडकों में इस प्रकार बाँटे कि वडे लडके को कुल का ३/१६ भाग मिला और दूसरे को शेष का १/६ भाग मिला। बचे हुए रुपये शेष ४ लडकों में बराबर बराबर बाँट दिये। यदि ४ छोटे भाइयों में से हर एक को ८०।।।) मिले तो बताओ उस आदमी के पास कितने रुपये थे।

(४६) एक काछी ने २४ मन ३० सेर आलू ५।।) प्रति मन के भाव से मोल लिये। उसमे से उसने १० सेर आलू १।=) मे वेच दिये। बताओ कि बचे हुए आलू प्रति सेर किस भाव से वेचना चाहिए कि कुल पर ७८।।=) बचत हो।

(४७) डेढ दर्जन टोपियों के दाम ३१।।) हैं तो बताओ कि उसी हिसाब से ५२३।।।) मे कितनी टोपियाँ आवेंगी। (ऐकिक नियम से करो)

(४८) १६५।।।) पिछली बचत थी, ६५।≡) रामप्रसाद को उधार दिये २४।।=) प्रति तोले के भाव से १२ तोला

सोना बेचा, ८।) के गेहूँ, ४।=) के चना, ३।) की मूँग, ॥=) के घना, १।≡) की शक्कर, ।–)॥ के पान, ॥।) का गुड़ और १॥) का घी मोल लिया, १३।=) नौकर को दिये। रोकड़ निकालो।

मनगणित

(४९) १२५) का ॥।) सैकड़ा माहवारी व्याज की दर से ६ माह १५ दिन का क्या व्याज होगा ?

(५०) ३⅓ + ⅔ में से कितना निकाल देवें कि १। आवे ?

(५१) एक काछी ने)॥। सेर के भाव से १ मन भटा मोल लिये। वह प्रति सेर किस भाव से बेचे कि कुल पर १।) का लाभ हो ?

(५२) २ सेर ४ छटाँक के दाम ३।=) हों तो १ सेर १२ छ० के दाम बताओ।

पाटीगणित

(५३) एक आदमी ने ७॥।=) सैकड़ा वार्षिक व्याज की दर से २२५) जमा कर दिये तो उसे १ वर्ष ६ माह १० दिन में कितना व्याज मिलेगा ?

(५४) एक ताँगेवाले ने २०६।) में एक ताँगा और एक घोड़ा मोल लिया यदि उसे प्रतिदिन किराये में २।) मिल जाता है और घोड़े को ॥) ६ खुराक वगैरह पर खर्च करना पड़ता है तो बताओ उस ताँगे घोड़े की कीमत कितने दिन में वसूल होगी।

(५५) ३ रुपया + १$\frac{1}{2}$ रु० − ३।) का $\frac{?}{?}$ × १॥=) रु०—$\frac{?}{?}$ को सरल करो और बताओ कि उत्तर १२॥) का कौन सा भाग है।

(५६) एक मनुष्य की प्रतिदिन की आमदनी १८॥) है और उसकी वार्षिक आमदनी (टैक्स चुकाकर) ६४५१॥।) है तो वह प्रति रुपया कितनी पाई आमदनी पर टैक्स देता होगा ? (वर्ष = ३६० दिन)

(५७) रामप्रसाद सोहनलाल की दूकान में ३२६॥) पिछली बचत, २५ थान कपड़ा १२॥) प्रति थान के भाव से खरीदे, ५) का घी, २॥≡) की तरकारी, ।–)॥ के पान खरीदे, २५ मन चावल किसनलाल को ३।) रुपया मन के भाव से बेचे, ८०।) गोदाम किराया वसूल हुआ, ५॥) श्याम को पुस्तकों के लिये दिए, १२०॥–) का सोना बेचा। हिसाब तैयार कर रोकड़ निकालो।

मौखिक

(५८) १॥) प्रति सैकड़ा माहवारी ब्याज की दर से १२५) का ६ माह का ब्याज बताओ।

(५९) हम कम से कम कितने फूल लेवें कि चाहे ३, चाहे १८, चाहे १६ के हिसाब से लेवे तो शेष २ फूल बचें ?

(६०) एक शाला में =) प्रति लड़के के हिसाब से फीस ली जाती है। यदि फीस ≡)॥ पैसे ली जाने लगे तो कुल

फीस ४।) आती है; तो उस स्कूल में कुल कितने लड़के होंगे?

(६१) ≡) प्रति पाव के हिसाब से ३।≈) में कितनी जलेबी आवेंगी?

पाटी

(६२) ४२०) का १॥≈) सैकड़ा माहवारी ब्याज दर से १ साल ६ माह १५ दिन का क्या ब्याज होगा?

(६३) १।) का ३/५ ÷ १ १/३ का ११/१२ − ।॥) का ३/४ + ॥) को सरल करो।

(६४) एक किसान ने ४।) प्रति एकड़ के हिसाब से ५ एकड़ जमीन मोल लेकर उसमें २॥) प्रति मन के हिसाब से ७ मन गेहूँ मोल लेकर बोये। यदि कुल गेहूँ ४८ मन २० सेर हुआ और उसने उन्हें −)॥ प्रति सेर के भाव से बेच दिया तो क्या लाभ हुआ?

(६५) यदि ८ गाय या ३ भैंसों की क़ीमत १४४॥।) है तो बताओ ३ गाय और १२ भैंसों के क्या दाम होंगे?

(६६) १७५॥।) पिछली बचत थी, २३॥) प्रति तोले के हिसाब से मोल लिया, ९) की मिठाई, १२॥) की शकर, ६।) का गुड़, १३) के गेहूँ, २६) का चना और २॥) का कपड़ा मोल लिया, ९६४।≈) रामप्रसाद ने उधारी के लौटाये। रोकड़ बाकी निकालो।

मौखिक

(६७) १७५) का ॥।) सैकड़ा माहवार ब्याज की दर से ६ माह १५ दिन का क्या ब्याज होगा ?

(६८) एक लड़के ने अपनी गोलियों का $\frac{२}{५}$ गोपाल को दिया और अन्त में उसके पास १५ गोलियाँ शेष बचीं तो कुल कितनी गोलियाँ थीं ?

(६९) एक घोड़ा और एक ताँगा की कीमत २१३) है। यदि घोड़े की कीमत ताँगे की कीमत से दूनी हो तो घोड़े की कीमत क्या होगी ?

(७०) १ मन घी ५०) में मिलता है तो १ सेर ४ छटाँक के दाम बताओ।

पाटी

(७१) ६८०) का ॥।=)॥ सैकड़ा माहवार ब्याज की दर से ६ माह १५ दिन का ब्याज बताओ। (व्यवहार-गणित द्वारा)

(७२) एक आदमी ने अपनी जायदाद के ३ हिस्से करके ५२५) पुण्य कर दिये, $\frac{१}{८}$ भाग बड़े लड़के को, $\frac{१}{४}$ भाग छोटे लड़के को दिया और अन्त में उसके पास कुछ न बचा। तो बताओ उसकी जायदाद के $\frac{१६}{३५}$ भाग की क्या कीमत है।

(७३) एक आदमी ने पिपरिया में २ मन २० सेर आलू -)॥ सेर के भाव से मोल लिया और जबलपुर भेजा। भेजने

में १।≈)॥ खर्च पड़ा तो उसे आलू प्रति सेर किस भाव से बेचना चाहिए कि कुल पर ४॥।−)॥ लाभ हो।

(७४) एक किसान ने ६ मजदूर घास काटने में लगाये। यदि उसमें से ४ मजदूर २२० पूरा प्रति मजदूर के हिसाब से और शेष १८० पूरे के हिसाब से काटते हैं तो बताओ १९ दिन में कितना घास काटेंगे।

(७५) ३१९॥।) पिछली बचत थी, ।≡) प्रति तोले के भाव से ८ तोला चाँदी मोल ली, २७) के गेहूँ, ४≡) के चना, ८॥) का घी, १।) की मूँग, ॥) की तरकारी और १) की शक्कर खरीदी, ३।) सत्यनारायण की कथा मे खर्च हुए, तो रोकड़ बाकी निकालो।

सन

(७६) १८०) का ॥≈) सैकड़ा माहवार ब्याज की दर से ७ माह का ब्याज बताओ।

(७७) यदि एक घड़े के ३/५ भाग में ६ सेर घी भरा जाता है तो बताओ उसके १/८ भाग में कितना घी भरा जायगा।

(७८) ≈)॥ प्रति पाव के भाव से ४ सेर ८ छटाँक के क्या दाम होंगे ?

(७९) १६ मनुष्य एक काम को ४० दिन में करते हैं तो बताओ उसी काम को ८ दिन में कितने आदमी पूरा करेंगे।

(८०) एक मनुष्य के पास कुछ धन था। उसका १/३ + १/६ बड़े लड़के को दिया और शेष का १/३ छोटे लड़के को दिया और बचे हुए धन से उसने ४ गायें २४) प्रति गाय के हिसाब से खरीदीं तो उसके पास कुल धन कितना था और बड़े लड़के को कितना मिला ?

मिडिल स्कूल स्कालरशिप परीक्षा

सन १९२३

१—तीन थैलियों (बोरों वा पोतों) में क्रम से ७५, १०५ और ८७ सेर चावल रक्खे हैं, उन तीनों के उन सबसे बडी थैली से नापना है जिससे नापने मे किसी में शेष न बचे। वह बड़ी थैली कितनी बड़ी होनी चाहिए?

२—एक ग्वाला किसी घर में १½ सेर दूध नित्य देता है, अगस्त महीने के पहले १७ दिन, रुपये में ३ सेर के भाव से और उस महीने के शेष दिनों मे रुपये में ३½ सेर के भाव से दूध दिया, उस महीने में ग्वाला के कितने रुपये देने हैं?

३—एक सौदागर ने ५) सैकड़े के भाव से ७५० नारंगियाँ खरीदीं, उन्हें ४।≈) खर्च कर बम्बई भेजा, मार्ग में ५ दर्जन नारंगियाँ चोरी हो गईं, शेष के -) में १ नारंगी के भाव से बेचा, उसे क्या लाभ हुआ?

४—एक मनुष्य ने अपने आप लकड़ी फोड़ने के लिये २।।≈)८ में एक कुल्हाड़ी खरीदी, उसे प्रतिमहीने में ७ मन लकड़ी लगती है, लकड़ी फोड़ने में -)। प्रतिमन खर्च होता है, उसकी कुल्हाड़ी का दाम कितने महीनों मे मिला होगा?

५—।।।) प्रतिसैकड़ा प्रतिमहीने को दर से ४ वर्ष में ३५०) रुपया का मिश्रधन क्या होगा?

सन १९२४

सूचना—सुन्दर और स्वच्छ लिखने के लिये तथा प्रश्न करने की रीति के लिये १० नम्बर रखे गए हैं।

१—राम ने गोविन्द को २५०) उधार दिए। साढ़े तीन वर्ष के अन्त में गोविन्द ने राम को २८५) लौटाए। प्रतिसैकड़ा सालाना ब्याज की दर निकालो।

२—एक मनुष्य के पास ३ खेत थे। पहला १२१ बीघे का, दूसरा १८७ बीघे का और तीसरा २२० बीघे का था। वह उन्हें बराबर बराबर पर जितने हो सके उतने बड़े बड़े भागों में बाँटना चाहता है। बतलाओ प्रत्येक भाग कितना बड़ा होगा। और प्रत्येक खेत कितने भागों में बाँटा जाएगा?

३—दो मनुष्यों ने एक ही साथ चलना प्रारम्भ किया। रवाना होते समय उनके पैर एक ही लकीर में थे। एक मनुष्य २ फुट ४ इंच का कदम रखता था, और दूसरा २ फुट ८ इंच का। कितनी दूर जाने पर फिर उनके पैर एक ही लकीर में होंगे? और १ मील चलने में ऐसा कितनी वार होगा?

४—एक सौदागर ने ४२ गायें २५) को एक के भाव से खरीदीं। उनमें से ३ गायें मर गईं। बची हुई गायें उसने ४२) का लाभ लेकर बेच डालीं। प्रत्येक गाय को उसने किस मूल्य से बेचा?

५—किसी मनुष्य ने अपने एक बेटे और चार बेटियों के लिये कुछ कापियाँ खरीदीं। पंचमांश कापियाँ बेटे को और षष्ठांश

४—एक मनुष्य ने १००) प्रतिवर्ष १२) प्रतिसैकड़े की दर से उधार लिए और प्रतिमाह पाव आना प्रतिरुपये की दर से उधार दे दिए। तो बताओ कि उसे दस माह में कितना लाभ हुआ ?

५—एक मजदूर जिस दिन काम करता है ॥) मजदूरी होती है पर जिस दिन गैरहाजिर रहता है, उस दिन उसे कुछ नहीं मिलता और =) जुर्माना हो जाता है, ४८ दिन में जुर्माना काट कर उसे २५) मिलते हैं। तो बतलाओ कि वह कितने दिन गैरहाजिर था ?

सन १९२६

नोट—अच्छी रीति, स्वच्छता और सफाई से उत्तर लिखने के लिये १० नम्बर रखे गए हैं।

१—४२०, १४४, और ३२४ इन तीन संख्याओं के रूढ़ उत्पादक (गुणवाचक अवयव) निकालो।

२—एक आदमी कुछ रुपये लेकर बाजार गया। उसने उस रकम का $\frac{३}{१६}$ वाँ भाग कपड़ा खरीदने में खर्च किया; $\frac{२}{५}$ वाँ भाग कुछ गहना खरीदने में और $\frac{१}{१६}$ वाँ भाग अनाज खरीदने में खर्च किया, एक बनिये को जिसका वह ऋणी था १५ रुपये दिए; शेष उसके पास १ रुपया बचा, उससे अपनी

लड़की के लिए उसने एक गुड़िया मोल ली, तो बताओ उसके पास बाजार जाते समय कितने रुपये थे ?

३—एक आदमी ने ७६ रु० खंडी के भाव से चावल मोल लिए और १८ रुपये नुकसान करके कुल बेच दिए; तो प्रति-पायली (पाई) उसने किस दर से चावल बेचे। १ खंडी = १६० पायली (पाई)।

४—एक स्कूल मे २५० विद्यार्थी हैं, उनके लिये कोट तैयार किए गए; प्रतिकोट के लिये १२ आने गज के भाव का २$\frac{3}{4}$ गज कपड़ा लगा और प्रतिकोट के लिये सिलाई १० आ० देनी पड़ी, तो बताओ कुल खर्च कितना हुआ ?

५—एक बनिये के पास किसी दिन ११६ रु० १२ आ० ६ पा० थे; उसके एक ऋणी ने २५ रु० जो उसने प्रतिरुपया $\frac{1}{2}$ आ० माहवार ब्याज की दर से उधार लिए थे तीन माह के बाद ब्याज-समेत लौटा दिए, बनिये ने ५ रु० ११ आ० नकद लेकर अपने बगीचे से कुछ तरकारी बेची, अपने ग्वाला को ७ रु० ६ आ० ६ पा० दिए और अपने वास्ते एक धोती जोड़ा ४ रु० ११ आ० में मोल लिया; यह सब जमा-खर्च का हिसाब लिख कर रोकड़-बाकी निकालो।

सन १९२७

सूचना (नोट)—अच्छे अक्षर, सफाई और रीति के लिये १० मार्क अलग रखे गए हैं।

(बालक और बालिकाओं के लिये)

१—हर साल ४ रु० ८ आ० सैकड़े की दर से ७५० रु० का २३ फरवरी १९२६ से ३० सितम्बर १९२६ तक का सरल ब्याज निकालो। (एक वर्ष = ३६५ दिन)

२—एक सौदागर १७ रु० ९ आ० फी मन की दर से २७ मन शक्कर और १६ रु० ५ आ० फी मन की दर से १८ मन शक्कर मेाल लेता है, और उसे शक्कर लाने के लिये ७ रु० ११ आ० गाड़ी-भाड़ा खर्च करना पड़ता है। वह दोनों प्रकार की शक्कर मिला कर मिश्रण ७ आ० ९ पाई सेर के भाव से बेचता है, तो उसे लाभ या हानि क्या होगी ? (एक मन = ४० सेर)

३—एक आदमी फी रुपया एक आ० इनकमटैक्स (यानी आमदनी पर कर) देने के अनन्तर अपने बाकी धन का $\frac{1}{16}$ वाँ भाग दान-धर्म में खर्च करता है, और अन्त में उसके पास ५१७५ रु० बचते हैं, तो उसका कुल आय कितनी थी ?

४—किसी किले में १००० सिपाहियों के लिये ७० दिन के लिये अनाज रक्खा गया था। २० दिन के अनन्तर वहाँ ७०० सिपाही और आगए, तो बाकी अनाज उन सब सिपाहियों को कितने दिन पूर सकेगा ? (ऐकिक नियम से करो)

(केवल बालकों के लिये)

५—देवाजी पटेल की दूकान में तारीख ७ सितम्बर १९२६ को १४६९॥-)॥ सिलक-बाकी थी। उसने उस दिन फी खंडी ९३॥=) की दर से ८७ खंडी कपास बेची; फी बैल ९५ रु० के भाव से तीन जोड़ी बैल मोल लिए, फी तोला २४) की दर से २७ तोला सोना खरीद किया और १६॥-) दान-धर्म में खर्च किया। तो पटेल का उस रोज का जमा खर्च लिखकर सिलक-बाकी निकालो।

(केवल बालिकाओं के लिये)

६—ऐसी छोटी से छोटी संख्या ढूँढ़ निकालो कि जिसे १०८, १२६ और १५६ से पृथक पृथक भाग देने से प्रत्येक समय शेष ५ बचें।

सन १९२८

सूचना—अच्छा अक्षर, सफाई और रीति के लिये १० मार्क अलग रखे गए हैं।

(बालक और बालिकाओं के लिये)

१—एक व्यापारी ने प्रतिसैकड़ा ३ रु० ४ आ० की दर से ७५० आम खरीदे। उनको बाजार को ले आने में ३ रु० १२ आ० गाड़ी-भाड़ा लगा। यह भी देखा गया कि उनमें से ७५ आम खराब हो गए। शेष आम उसने प्रति रु० को २० की दर

से बेचे। तो बताओ इस सौदे में उसको क्या लाभ या हानि हुई ?

२—२५ आदमी एक काम १६ दिन में कर सकते हैं। ४ दिन काम करने के बाद १५ आदमी काम छोड़कर चले गए। बचे हुए आदमी वह काम कितने दिन में पूरा कर सकेंगे ? (ऐकिक नियम से करो)

३—एक आदमी ने अपने प्रवास (यात्रा) का $\frac{१}{४}$ वाँ भाग पैदल चल कर किया और $\frac{१}{३}$ भाग बैलगाडी से किया और शेष ५२ मील का प्रवास मोटरगाडी से पूरा किया। तो बताओ उस आदमी ने कुल कितने मील का प्रवास किया ?

४—एक आदमी ने नीचे लिखी हुई रकमें पोस्टआफिस के सेविंग बेंक में जिसमें ब्याज प्रतिवर्ष सैकडा ३ रु० की दर से मिलता है, जमा कीं :—

(१) तारीख १, माह जुलाई, १९२७ को २५० रु०

(२) तारीख १, माह आक्टोबर, १९२७ को ३०० रु०।

तो बताओ मार्च १९२८ के अन्त में उसको कितना ब्याज मिलेगा ?

(केवल बालकों के लिये)

५—सेठ किसनलाल की दूकान में संवत १९८२ माघ वदी ५ का १५७३।≈)॥। सिलक-बाकी थी। उसने प्रतितोला २१।≡) की दर से १५ तोला सोना बेचा। प्रतिखंडी ९५॥≡) दर से ५२ खंडी कपास खरीदी। केशवराव देशमुख को ४७५ रु० उधार दिया और गुडापत्त से २४॥≡) ब्याज मिला। तो

रोजनामचे में ऊपर का जमाखर्च लिख कर सिलक-बाकी निकालो।

(केवल बालिकाओं के लिये)

६—ऐसी एक सबसे छोटी संख्या बताओ कि जिसमें से ४ घटा देने के बाद उसको ४८, ६४ और ७५ इन तीनों संख्याओं में से प्रत्येक से पूरा पूरा भाग दिया जा सकेगा।

सन १९२९

१—९।) फी मन के हिसाब से ६ मन शक्कर मोल लेकर उसमें १२॥) मन के भाव की ३ मन शक्कर मिला दी और ।-)। फी सेर के भाव से वह मिश्रण बेच डाला। तो दुकानदार को क्या लाभ या हानि हुई ? (१ मन=४० सेर)

२—नीचे लिखे तीन भिन्नो में कौन सा भिन्न सबसे बड़ा है ?
$\frac{२}{३}+\frac{३}{४}$, $\frac{११}{८}-\frac{१}{२}$, $\frac{१३}{१६}+\frac{१}{२}$।

३—हर साल हर सैकड़ा ६ रु० की दर से रामा ने गोविन्द से ५००) ऋण लिया और तत्काल वे सब रुपया ॥=) सैकड़ा प्रतिमाह की दर से केशव को उधार दिए। तो रामा को ८ माह के बाद इस व्यापार में क्या लाभ या हानि हुई ?

४—प्रतिपुस्तक ३।≈)॥। की दर से ३६ पुस्तकों की कीमत व्यवहारगणित की रीति से निकालो।

(केवल लड़कों के लिये)

५—श्रीगणेश बलवंत तिजारे की दुकान में तारीख ६ दिसम्बर १९२६ को ५६४॥।–) सिलकबाकी थी। २७।≡)॥ फी साड़ी के भाव से १५ साड़ियाँ बेचीं, १६६) को एक जोड़ी बैल मोल लिए, ४६) दुकान का भाड़ा दिया, ३।=) फी जोड़ी के भाव से १२ धोती जोड़े बेचे, १५२) केशव सुनार को उधार दिए, रोजनामचा लिखकर सिलकबाकी निकालो।

(केवल लड़कियों के लिये)

६—एक दिन एक स्कूल में पाँच लड़के गैरहाजिर थे जो हाजिर थे उनकी १६, २४, ४२ लड़कों की एक टोली इस प्रकार बराबर टोलियाँ बनाई गईं तो उस स्कूल में कम से कम कुल कितने लड़के दर्ज थे ?

सन १९३०

सूचना—अच्छे अक्षर, सुघराई और रीति के लिये १० नम्बर।

(लड़कों और लड़कियों के लिये)

१—जो मैं १५० रु० लेकर किसी दुकान में जाऊँ और वहाँ नीचे लिखा माल खरीदूँ, तो मैं कितना रुपया घर वापस ले आऊँगा ? २½ रीम स्याहीसोख कागज १० आ० ६ पाई प्रतिदस्ते की दर से, ३६ पुलिन्दा चिट्ठी का कागज १२ आ० ९ पाई प्रतिपुलिन्दे की दर से। (एक रीम = २० दस्ता.)

२—यदि ७५ वस्तुओं के दाम ११ रु० ११ आ० ६ पा० हों, तो १२४ वस्तुओं के क्या दाम होंगे? (ऐकिक नियम की रीति से)

३—१० रु० का $\frac{३}{४}$ + १६ रु० का $\frac{७}{१२}$ − २६ रु० का $\frac{१}{१८}$ इसका मान बताओ।

४—३७५ रुपया पर २ वर्ष ४ माह का, १२ आ० सैकड़ा माहवार के हिसाब से, सादा ब्याज निकालो।

(केवल लड़कों के लिये)

५—गोविन्द ने ५० साइकिलें ५,००० रुपया में खरीद कीं, परन्तु उसमें से २० साइकिलें कुछ कुछ बिगड़ गईं, उसने शेष साइकिलें प्रत्येक १५० रुपये की दर से बेच दीं। अब वह बिगड़ी हुई साइकिलें प्रत्येक किस भाव से बेचे कि जिससे उसको सब पर १६०० रुपया लाभ हो।

(केवल लड़कियों के लिये)

६—आमों की वह छोटी से छोटी संख्या बताओ कि जिसको यदि ४ लड़कों में, ५ लड़कों में या ११ लड़कों में बाँटें, तो प्रत्येक अवस्था में शेष ३ आम बच रहें।

सन १८३१

नोट—पहला प्रश्न व्यवहारगणितद्वारा और शेष प्रश्न ऐकिक नियम-द्वारा किए जायँ।

१—एक मनुष्य ने ५५०) रु० १≡)॥ प्रतिसैकड़ा माहवारी ब्याज की दर से उधार दिए। बताओ कि उसे १ वर्ष २ माह १० दिन में कितना ब्याज मिलेगा?

(लड़कियों के लिये)

६—एक घटाने के बाद जिस संख्या में ५, ६, ४० और ६३ का अलग अलग भाग चला जावे ऐसी छोटी से छोटी संख्या बताओ।

सन १६३४

१—निम्नलिखित भिन्नों मे से कौन सबसे बड़ा और कौन छोटा है ?

$\frac{३}{४}$ का $\frac{१}{२}$ + $\frac{१}{८}$; $२\frac{५}{८}$ का $\frac{२}{४}$ − $\frac{१}{३}$; $\frac{१}{८}$ − $\frac{१}{४}$ + $\frac{३}{२}$ − $२\frac{५}{६}$

२—पानी का एक हौज $\frac{५}{८}$ हिस्सा भरा है। उसमें से ८० बाल्टी पानी निकाल लेने के बाद हौज $\frac{१}{६}$ हिस्सा भरा रह जाता है। बताओ कि उससे तिगुने बड़े हौज में कितनी बाल्टी पानी समा सकता है।

३—किसी स्कूल के कमरे की सफेदी ५ आदमी १२ दिन में कर सकते हैं; परन्तु काम २० दिन ही कराने की जरूरत है। बताओ कि और अधिक कितने आदमी लगाना चाहिए।

४—सेठ बनवारीलाल ८) रु० प्रतिसैकड़ा सालाना साधारण ब्याज की दर से ५५०) देवू पटैल को उधार देता है। ३ साल ६ महीने के बाद देवू पटैल सेठजी को ६२५) रु० नगद और २० मन चावल देकर हिसाब चुकता कर देता है तो प्रत्येक मन चावल का दाम कितना होगा ?

५—व्यवहारगणित द्वारा:—१५ बोरे शक्कर का दाम निकालो जब कि प्रत्येक मन का दाम १२।); और प्रत्येक बोरे में २ मन १७ सेर शक्कर हो?

६—वह सबसे बड़ी संख्या बतलाओ जिसको ३४७० में से घटाने के बाद जो शेष रहे, उसमें ४२, ८८ और १०५ का पूरा पूरा भाग जा सके।

सन १९३५

सूचना:—स्वच्छता तथा रीति के लिये १० नम्बर हैं।

१—(अ) दो आने दामवाली कितनी वस्तुएँ १५५ रु० ८ आने में ख़रीदी जा सकती हैं?

(ब) चावल ६ रु० ८ आने प्रतिमन और गेहूँ ५ रु० ४ आने प्रतिमन के भाव से बिकता है। बतलाओ कि २६ मन गेहूँ के बदले में कितने मन चावल दिया जा सकता है।

२—बतलाओ कि इनमें से कौन और कितने से बड़ा है—

$५\frac{३}{८} - ३\frac{५}{१६}$

या

$\frac{७}{८} + \frac{५}{१३} + \frac{३}{१६}$

३—एक मनुष्य ने ३५ नारंगियाँ अपने ६ लड़कों में इस प्रकार बाँट दीं कि सबसे बड़े को औरों की अपेक्षा दूनी नारंगियाँ मिलीं। तो बतलाओ कि सबसे बड़े लड़के के हिस्से की नारंगियाँ कितनी थीं।

४—एक मनुष्य ने बैंक से ३७५ रु० साढ़े चार रुपये प्रति सैकड़ा साल ब्याज की दर से उधार लिए और दूसरे मनुष्य को १ पैसा प्रति रुपया माहवारी ब्याज की दर से उधार दे दिए। बतलाओ कि ३ साल और ३ महीने में उसे क्या लाभ होगा।

(केवल बालकों के लिये)

५—८५ मील ६ फर्लांग और १७० गज तार के दाम ३२ रु० ४ आने प्रति मील के भाव से व्यवहारगणित द्वारा निकालो। (१७६० गज का एक मील और १ मील में ८ फर्लांग होते हैं।)

(केवल बालिकाओं के लिये)

६—गोटियों के एक ढेर में से ३० के समूह जब बनाये जाते हैं तब प्रत्येक बार १० गोटियाँ बच जाती हैं। तो बतलाओ कि उस ढेर मे कम से कम कितनी गोटियाँ हैं।

उत्तरमाला

अभ्यास १ (मौखिक)

(१) एक करोड़ छियत्तर लाख तीन हजार पचासी, १ का १००००००० , ७ का ७०००००० , ६ का ६०००० , ३ का ३००० , ८ का ८०, ५ का ५ (२) ८६ (३) ३८ (४) ८ नोट, ५ रु० (५) ३७½ मिनट (६) ४२५ गज (७) ९ रु० (८) हाँडी + ११ छ० घी = १ सेर + १ पाव — १ छ० (९) १० वर्ष (१०) १६० गज।

अभ्यास २ (लिखकर)

(१) १४०८००० (२) चार हजार छः सौ नव्वे (३) ३७, ४६ (४) ५८८६ (५) (क) पहली सतर में २, दूसरी सतर में ६, तीसरी सतर में ५, चौथी सतर मे ७ (ख) ८८५२८ वियोज्य, ७३६६५ वियोजक (ग) ५ गुणक (६) २४२२८२५, २४२५२६० (७) ९६२९०८८७, ५७६०९६४ (८) २५, ५ बाकी (९) १७ (१०) ५०४९००।

अभ्यास ३ (मौखिक)

(१) ४ माशा (२) १३ आने (३) १७½ मील (४) ४ स० ८ छ० = ३ से० + १ से० ८ छ० (५) १९२, १९१६ (६) ४ कुर्ते, २ गज कपड़ा शेष (७) ६ बजकर ३० मिनट (८) १ आ० प्रति-पुस्तक, ३ रु० कुल लाभ (९) ९३ लड़के (१०) १२ पटिये, ११ बार।

अभ्यास ४ (लिखकर)

(१) ६ रु० १५ आ० २ पा०, ११५०७ पाइयाँ (२) ४१६२ रु० ४ आ० ३ पा० (३) ४७२॥), ४६६॥-)॥ (४) १५५ रु० १० आ०, ११८ रु० २ आ० (५) ८) ६३ पा० (६) १०४८ रु० १३ आ० ३ पा० (७) (क) १० बजकर ५३ मिनट (ख) ३ घं० १२ मिनट (ग) २ बजकर ५ मिनट (८) ८६ म० ३३ से०, २१ म० २८ से० ४ छ० (९) १९ रु० १३ आ० ८ पा० (१०) ७ रु० २ आ० (११) ३ रु० १४ आ० ६ पा०, ३ रु० १५ आ० ६ पा० (१२) ८ ।

अभ्यास ५ (मौखिक)

(१) (क) १॥≡) (ख) १ पौं० (ग) ॥≡) (घ) -) (२) १७ बार (३) ३० टुकड़े, आधा इंच तार शेष (४) २२॥ टन (५) २८ अँगूठियाँ, १ माशा सोना शेष (६) ऽ२≡ (७) ऽ।- गोभी (८) २१) (९) १६० (१०) (क) ४६॥) (ख) ५९)ऽ ।

अभ्यास ६ (मौखिक)

(१) ३७, ८३, ९१, २७९, ५९५ विषम संख्याएँ, शेष सम संख्याएँ (२) १ (३) १ (४) ० (५) (क) सम (ख) सम (ग) विषम (घ) सम (ङ) सम (च) विषम (६) २ ।

अभ्यास ७ (पहले के ७ प्रश्न मुखाग्र)

(१) (क) ४५, ३६, ८१, १२६, ३१२, १५६० (ख) ४५, १५६० (ग) ४५, ३६, ८१, १२६ (घ) ३२, ३६, ३१२, १५६० (ङ) ३२, ३१२, १५१० (२) (क) ०, १, १ (ख) ३, ७, १ (ग) ३, २, २ (घ) ०, ०, ० (३) (क) ५ (ख) ० (ग) २ (घ) ०

(४) क्योंकि इनमें एक संख्या ४ से और एक संख्या ३ से और एक संख्या २ से पूरी पूरी बँटनेवाली होती है (५) ३ (६) ८१, ८४, ८७ (७) (क) २ (ख) १ (ग) ५ (८) (क) ८७३०, ३०७८ (ख) ८७३०, ३७८० (ग) ८७३०, ३०७८ (६) (क) २ (ख) ३ (ग) ५ (घ) ० (१०) (क) ५ (ख) ० (ग) १ (घ) ७ (११) ६६० ।

अभ्यास ८ (मौखिक)

(१) २३, ४१, ५३, ६७, ७३, ७६, और ८६ रूढ़ि संख्याएँ और शेष यौगिक हैं (२) १३ (३) १२३ (४) (क) ६ (ख) ५ (६) १ (७) (क) २३, २६ (ख) ७१, ७३, ७६ (८) १, ३, ७, ६ ।

अभ्यास ६ (लिखकर)

(१) ५६, १०१, १३७, १४६, १६३ और १८१ रूढ़ि संख्याएँ और शेष यौगिक संख्याएँ हैं। (२) ६६७ (४) १३१, १३७, १३६, १४१, १४६ (५) २५१ (७) १०३, ३०१ (१०) २३।

अभ्यास १०

(१) ३ × ५, २ × ३ × ३, २ × १३, ७ × ५, २ × ३ × ७, २ × २ × २ × ७, २ × २ × ३ × ५, ५ × १३ (२) (क) ३ (ख) २ (ग) २ (घ) ६ × ३ × ३ = ५४ (ङ) ११ × २ × ५ = ११० (३) गुणनखण्डद्वारा ज्ञात कर सकते हो कि ३६ = २ × २ × ३ × ३, ६४ = २ × २ × २ × २ × २ × २, ७५ = ३ × ५ × ५, ६६ = २ × २ × २ × २ × २ × ३ (४) ३ × ३ × ५ (५) २ × २ × २ × ३ × ३ (६) २ × २ × २ × २ × २ × ३ (७) ३ × ५ × ७ (८) २ × २ × २ × २ × ७ (६) २ × २ × २ × २ × ३ × ५ (१०) ३ × ३ × ३ × ३

(११) ५ × ७३ (१२) २ × २ × २ × २ × २ × २ × ३ × ३ (१३) २ × २ × ५ × ५ × ५ (१४) ३ × ३ × ५ × ११ (१५) २ × २ × २ × २ × ५ × १७ (१६) २ × २ × २ × १८१ (१७) २ × २ × ६११ (१८) २ × २ × ५ × ५०३ (१९) २ × ३ × ३ × ४०१ (२०) क्योंकि इनमें से एक संख्या ५ से और एक संख्या ४ से और एक संख्या ३ से और एक संख्या २ से विभाजित होनेवाली रहती है।

अभ्यास ११ (मौखिक)

(१) (क) ६, ९, १२, १५ (ख) १०, १५, २०, २५ (ग) १६, २४, ३२, ४० (घ) १८, २७, ३६, ४५ (ङ) २४, ३६, ४८, ६० (च) ३०, ४५, ६०, ७५ (२) (क) १२, २४, ३६ (ख) १५, ३०, ४५ (ग) ८, १६, २४ (घ) २०, ४०, ६० (३) (क) ३०, (ख) २४ (ग) ६० (घ) ४० (ङ) ११७ (च) ४२ (छ) २४० (ज) ७५ (४) ३५ छटाँक (५) ६० गज (६) २४, ४८, ७२, ९६।

अभ्यास १२

(१) १८ (२) २४ (३) ३० (४) ५६ (५) ४८ (६) ६३ (७) ५६ (८) ७२ (९) ६० (१०) ११० (११) १८० (१२) ६०० (१३) १४० (१४) ३६० (१५) २१६ (१६) ६३०० (१७) १००८ (१८) ५८५ (१९) १०८० (२०) ५८८० (२१) २४० (२२) १८४८ (२३) ३०६० (२४) ७८४०८ (२५) ५७६ (२६) २ × २ × २ × २ × २ × ३ × ३ × ५ × ७ × ८ (२७) ११२, ९६, ६३ (२८) १०५ सेकण्ड (२९) १८० (३०) ७२।

अभ्यास १३

(१) ११ (२) ३६ (३) ३५ (४) ४२ (५) ५९ (७) २९ गज ६ इञ्च (८) ६ (९) ५८१ (१०) १३ हाथ।

अभ्यास १४

(१) ।) (२) १ इञ्च (३) १ घंटा (४) ६ इञ्च (५) ४ पाई (६) ≈) (७) १ छटाँक (८) १ फुट (९) २ दिन (१०) ≈) (११) $\frac{१}{३}$ (१२) $\frac{१}{१२}$ (१३) $\frac{१}{३}$ (१४) $\frac{१}{४}$ (१५) $\frac{१}{६०}$ ।

अभ्यास १५

(३) $\frac{१}{२}$ (४) $\frac{३}{७}$, $२\frac{१}{३}$ साधारण भिन्न, $\frac{७}{१६}$ रु०, $\frac{६}{१७}$ मन सम्बन्धित भिन्न (५) १३, २१, २५, ३९, ६१ हर हैं शेष सब अंश हैं (६) (क) $\frac{७}{१२}$, $\frac{१०}{२८}$, $\frac{३३}{६०}$, $\frac{४३}{२६०}$ (ख) ग्यारह बटे पचीस, सत्रह बटे पचास, सरसठ बटे सौ, पचास बटे एक सौ एकीस (७) ५ फर्लाङ्ग (८) १० सेर (९) $\frac{५}{४८}$ (१०) $\frac{९}{४०}$ ।

अभ्यास १६ (मौखिक)

(१) $\frac{१}{३}$ सबसे बड़ी, $\frac{१}{२०}$ सबसे छोटी (२) $\frac{१३}{१७}$ सबसे बड़ी, $\frac{१}{१७}$ सबसे छोटी ।

अभ्यास १७

(१) १२, २७, ३५, ६० (२) १६, १५, २०, १२ (३) $\frac{३}{४४}$ म०, $\frac{३५}{४०}$ म०, $\frac{१४}{४०}$ म० (४) $\frac{३३}{४८}$, $\frac{१६}{४८}$, $\frac{३५}{४८}$, $\frac{३२}{४८}$ (५) $\frac{१}{३}$ (६) $\frac{१}{३}$ (७) $\frac{१}{४}$ (८) $\frac{३}{८}$ (९) $\frac{१}{३}$ (१०) $\frac{७}{१८}$ (११) $\frac{६}{७}$ (१२) $\frac{१३}{२०}$ (१३) $\frac{११}{१८}$ (१४) $\frac{१}{२}$ (१५) $\frac{४}{२}$ (१६) ६ (१७) $१\frac{१}{३}$ (१८) $\frac{१}{२}$ (१९) $\frac{३}{४}$ (२०) $\frac{५}{२}$ (२१) $\frac{१}{१२}$ (२२) $\frac{१}{४}$ (२३) $\frac{१}{७}$ (२४) $\frac{१}{२}$ रु० (२५) $१\frac{१}{२}$ रु० (२६) $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{७}$ (२७) $\frac{५}{८}$ (२८) $\frac{३}{७}$, $\frac{२}{१८}$, $\frac{७}{२८}$, $\frac{६}{१८}$ (२९) $\frac{४१}{७२}$ (३०) $\frac{१५}{१६}$ ।

अभ्यास १८

(१) $\frac{३६}{६७}$, $\frac{३५}{६०}$ (२) $\frac{१८}{२४}$, $\frac{२०}{२४}$, $\frac{२३}{२४}$ (३) $\frac{१२}{२८}$, $\frac{१३}{२७}$, $\frac{१५}{२६}$ (४) $\frac{६४}{९९}$ $\frac{६०}{१००}$ $\frac{६०}{१०८}$ (५) (क) $\frac{६}{४२}$, $\frac{७}{४२}$ दूसरी (ख) $\frac{९}{३३}$, $\frac{८}{३३}$ पहली (ग) $\frac{८}{६०}$, $\frac{१०}{६०}$ दूसरा (घ) $\frac{१६}{२८}$, $\frac{१०}{२८}$ पहली (ङ) $\frac{१५}{३६}$, $\frac{१४}{३६}$ पहला।

(६) (क) $\frac{६}{१०}$, $\frac{६}{११}$ पहला (ख) $\frac{१२}{२१}$ $\frac{१३}{२२}$ पहली (ग) $\frac{३४}{४४}$ $\frac{१५}{२५}$ पहली (घ) $\frac{४५}{१०८}$, $\frac{४५}{९०}$ दूसरी।

(७) (क) $\frac{१}{८}$ मन (ख) $\frac{१}{५}$ पंसेरी (ग) $\frac{१}{८}$ सेर (घ) $\frac{३}{४}$ रुपया (ङ) $\frac{१}{४}$ तोला।

(८) (क) $\frac{५}{६}$, $\frac{३}{५}$ (ख) $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{८}$ (ग) $\frac{७}{१८}$, $\frac{३}{१०}$, (घ) $\frac{१२}{१९}$, $\frac{६}{११}$ (ङ) $\frac{८}{१३}$, $\frac{३३}{५७}$।

(९) दूसरी (१०) १२० आमों के दो तिहाई।

अभ्यास १९

अभ्यास २०

(१) १ (२) १ (३) १ (४) १ (५) $\frac{१}{२}$ (६) $\frac{५}{६}$ रु० (७) $\frac{१}{२०}$ मन (८) $\frac{७}{८}$ भाग (९) $\frac{१}{१८}$ भाग (१०) $\frac{७}{८}$ भाग (११) $\frac{७}{१६}$ (१२) $\frac{७}{१८}$ (१३) $१\frac{३}{४}$ (१४) $१\frac{१}{६}\frac{३}{७}$ मन (१५) $१\frac{१}{२}$ मील (१६) $१\frac{३}{२}\frac{३}{४}$ तोला (१७) $\frac{२}{६}\frac{१}{४}$ (१८) $\frac{१}{२}\frac{९}{७}$ (१९) $\frac{७}{८}$ सेर (२०) १ रु० (२१) $\frac{१}{१}\frac{१}{२}$ भाग (२२) $\frac{१}{७}\frac{७}{२}$ भाग (२३) $\frac{६}{२}\frac{३}{४}$।

अभ्यास २१

(१) $२\frac{१}{२}$ रु० (२) ७ रु० (३) ७ मन (४) $६\frac{५}{८}$ (५) $१\frac{१}{३}$ (६) $४\frac{६}{११}$ (७) २ (८) ९ (९) $११\frac{५}{८}$ रु० (१०) $५\frac{७}{८}$ गज (११) $८\frac{१}{२}\frac{५}{१६}$ मील (१२) $२\frac{१}{२}\frac{१}{२}$ (१३) $२\frac{१}{६}$ घं० (१४) $२१\frac{१}{२}\frac{३}{१६}$ गज (१५) $५२\frac{१}{२}\frac{३}{४}$ मन (१६) $१४\frac{१}{७}\frac{१}{८}$ (१७) $९\frac{१}{२}\frac{१}{४}$ (१८) $७५\frac{१}{२}\frac{१}{४}\frac{७}{४}$ गज (१९) $१२\frac{५}{६}$ गज (२०) ७३८ रु० १० आ० ३ पा०।

अभ्यास २२

(१) $\frac{४}{५}$ (२) $\frac{४}{७}$ (३) $१\frac{९}{१२}$ (४) $\frac{३}{७}$ (५) $\frac{१}{१८}$ (६) $४\frac{१}{४}$ रु० (७) $\frac{७}{९}$, $\frac{१}{९}$ (८) भाई के पास, $\frac{३}{४०}$ मन (९) $\frac{१}{२४}$ (१०) (क) $\frac{५}{६}$, $\frac{१}{६}$ (ख) $\frac{३}{८}$, $\frac{१}{१६}$ (११) $\frac{१}{२}$ रु० (१२) $\frac{३}{१०}$ मन (१३) $\frac{५}{६}$ (१४) $\frac{१}{३}\frac{६}{८}$ मील (१५) $\frac{१}{२}$ (१६) $९\frac{३}{४०}$ रु० (१७) $\frac{१}{१६}$ रु० (१८) $\frac{१}{४}\frac{३}{७}$ फुट।

अभ्यास २३

(१) $१\frac{१}{४}$ रु० (२) $१\frac{१}{८}$ तोला (३) $१\frac{५}{८}$ मन (४) $१\frac{१}{३}$ मील (५) $९\frac{३}{१०}$ (६) $\frac{१}{४८}$ (७) $१\frac{३}{४}$ (८) $\frac{१}{८}$ (९) $१\frac{१}{६}$ साल (१०) $२\frac{१}{२}$ छ० (११) $३\frac{१}{३}$ पाव (१२) $\frac{१}{५}$ मन (१३) $\frac{१}{१२}$ गज (१४) (क) $१\frac{३}{४}$ रु० (ख) $\frac{३}{४०}$ मन (१५) (क) $१\frac{३}{४}$ (ख) $४\frac{५}{८}$।

अभ्यास २४ (लिखकर)

(१) ७ (२) २ (३) ५$\frac{३}{४}$ (४) १ (५) २$\frac{१}{४}$ (६) २$\frac{५}{१६}$ (७) ४$\frac{११}{२४}$ (८) २ (९) १$\frac{७}{१६}$ (१०) १$\frac{१}{३}$ (११) ४$\frac{१३}{१६}$ रु० (१२) ४$\frac{५}{२४}$ गज (१३) ३$\frac{७}{४०}$ मन (१४) २$\frac{४}{५}$ पौंड (१५) ९$\frac{१}{१६}$ (१६) ७$\frac{१}{६}$ (१७) १ (१८) ५$\frac{१३}{१६}$ रु० (१९) १$\frac{३}{१६}$ (२०) $\frac{५}{६}$ गज।

अभ्यास २५ (मौखिक)

(१) $\frac{३}{४}$ (२) १$\frac{१}{२}$, ३, १३$\frac{१}{२}$, २१, १० (३) २$\frac{१}{३}$ (४) १$\frac{१}{२}$ (५) ५० (६) २० (७) ९ आ० (८) ७ रु० ८ आ० (९) १० सें० (१०) १२ तो० (११) १८ से० (१२) १८ सेर (१३) ३$\frac{१}{२}$ रु० (१४) १$\frac{१}{२}$ (१५) ६।

अभ्यास २६ (लिखकर)

(१) $\frac{२}{५}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{४}{५}$, १$\frac{१}{३}$ (२) ४$\frac{१५}{२६}$, ५$\frac{११}{१२}$, ९$\frac{१४}{१५}$, १०$\frac{११}{२०}$ (३) १४$\frac{३}{४}$, १९$\frac{३}{४}$, २९$\frac{१}{२}$, ३९$\frac{१}{३}$ (४) १०$\frac{१}{८}$, २३$\frac{४}{५}$, ५१, ६८ (५) ४$\frac{३}{८}$, १३$\frac{१}{२}$, १९$\frac{११}{१६}$, ६१$\frac{१}{४}$ (६) १०$\frac{१}{२}$, १७$\frac{१}{२}$ (७) ५$\frac{१}{३}$, २६$\frac{१}{३}$ (८) १८$\frac{३}{४}$, २८$\frac{१}{२}$ (९) १६$\frac{४}{५}$, ८४ (१०) (क) ८ (ख) ९ (ग) ८ (११) ४२$\frac{३}{४}$ ग० (१२) ५$\frac{५}{१६}$ म० (१३) ७६$\frac{१}{४}$ (१४) ५०$\frac{२}{५}$।

अभ्यास २७ (मौखिक)

(१) १० (२) २० (३) ५० (४) २४ (५) ५६ (६) ३४ रु० (७) १२$\frac{१}{२}$ आ० (८) १९$\frac{१}{२}$ रु० (९) ९१$\frac{३}{४}$ रु० (१०) १४ आ० (११) २६ मील (१२) २८ गज (१३) १ रु० (१४) १५$\frac{१}{२}$ म० (१५) २ आ०।

अभ्यास २८ (लिखकर)

(१) २१$\frac{१}{८}$, ४२$\frac{३}{७}$, ८८$\frac{१}{३}$, १४१$\frac{१}{३}$ (२) ९८$\frac{१}{२}$, २९५$\frac{१}{२}$, ४४३$\frac{१}{४}$, ६१५$\frac{५}{६}$ (३) ६३९$\frac{५}{८}$, ९१४, १०६६$\frac{१}{३}$, १३७१ (४) १२५$\frac{१}{२}$ (५) ४४८$\frac{५}{६}$ (६) ११२७७ (७) १९८३२ (८) १६४६$\frac{१}{८}$ (९) २२६५$\frac{१}{२}$ (१०) ३७७७$\frac{६}{११}$ (११) ७४१$\frac{३}{७}$ (१२) ४२१$\frac{७}{८}$ रु०, १६८७$\frac{१}{२}$ रु० (१३) ८६८$\frac{१}{२}$ (१४) ८६२$\frac{१}{२}$ रु० (१५) २७७ रु० ८ आ०, २७२ रु० १४ आ० ।

अभ्यास २९ (मौखिक)

(१) ४$\frac{१}{६}$ (२) ३$\frac{५}{६}$ (३) $\frac{१}{६}$ (४) $\frac{१}{२}$ (५) $\frac{३}{१६}$ (६) $\frac{५}{२४}$ (७) $\frac{१}{२}$ (८) $\frac{३}{७}$ (९) $\frac{२}{८}$ (१०) $\frac{१}{४}$ (११) $\frac{१}{२}$ रु० (१२) $\frac{३}{४}$ रु० (१३) २$\frac{१}{२}$ से० (१४) (क) ५ (ख) २० (ग) ७ (घ) ३ (१५) २$\frac{१}{२}$ रु० ।

अभ्यास ३० (लिखकर)

(१) $\frac{३}{७}$ (२) $\frac{३}{४}\frac{५}{२}$ (३) $\frac{१}{१७}$ (४) $\frac{५}{७}$ (५) $\frac{१}{३}$ (६) $\frac{१}{७८}$, $\frac{१}{१८८}$ (७) $\frac{२}{७}$, $\frac{५}{११}$ (८) ३$\frac{४}{५}$, $\frac{३}{८}$ (९) १$\frac{५}{८}$, $\frac{५}{२}$ (१०) $\frac{२}{२७}$, $\frac{२}{४८}$, $\frac{१}{३६}$ (११) $\frac{१}{२२७}$, $\frac{१}{२४७}$ (१२) $\frac{७३}{२८०}$ (१३) ६ रु० ५ आ० २$\frac{१}{२}$ पा० (१४) ३ रु० ७ आ० ५$\frac{१}{२}$ पा० (१५) ८ म० ३५ से० १५$\frac{६}{७}$ छ० (१६) १ मी० १ फ० १४९$\frac{१}{२}$ ग० (१७) १ घ० १० मि० ६$\frac{३}{१६}$ से० (१८) ६० रु० १५ आ० ९$\frac{५}{७}$ पा० (१९) १४५ रु० ८ आ० ९$\frac{३}{८}$ पा० (२०) ९ रु० २ आ०, ४५ रु० १० आ० ।

अभ्यास ३१

(१) ३ रु० (२) १ रु० १ आ० (३) १$\frac{१}{२}$ मन (४) २॥) (५) २$\frac{१}{२}$ गज (६) ६ सेर ६ छ० (७) ।)५ (८) १$\frac{१}{२}$ बीघा

अभ्यास ३५

(१) ६) (२) ११।) (३) ७८≡) (४) ४ पा० प्रति-रुपया।

अभ्यास ३६

(१) १० दिन (२) २१ मनुष्य (३) ९ दिन (४) १२ दिन (५) १० मिनट (६) २० दिन (७) २८३ मील (८) ७२ मजदूर (९) ७८ दिन (१०) ८ माह (११) ५० दिन (१२) ६ माह।

अभ्यास ३७

(१) $१\frac{१}{५}$ दिन (२) १२ दिन (३) १२ मिनट (४) $१\frac{१}{८}$ दिन (५) १५ दिन (६) १२ दिन (७) ५ घं० (८) $७\frac{१}{२}$ घं० (९) $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{५}$ भाग (१०) ६० मिनट।

अभ्यास ३८

(१) ८ दिन (२) २१ दिन (३) १४ दिन (४) २४ दिन (५) ६ लड़के (६) २।

अभ्यास ३९

(१) १२५) (२) २७) (३) ५०) (४) २०) (५) ३) (६) ८) (७) ७।।) (८) ४०) (९) ५०) (१०) ११००) (११) ३३।।।) (१२) २७।।।) ४$\frac{}{५}$ पा० (१३) १०५) (१४) १३≈) (१५) ३४४।।) कुल (१६) ७९२≡) (१७) ७६०)।

(९) ८ १/४ मन (१०) १० रु० (११) |||≡), ३|||≡) ३ ३/४ पाई
(१२) ५||)२ सेर ६ ३/४ छ०, |)७||≡ ।

अभ्यास ३२

(१) १/६, १/२, १/४ (२) १/३, २/३, ३/४, १/४ (३) १/९६, १/४९, १/३२ (५) ३/१६, ५/१६, ३/८ (६) १/१६, १/८, ५/८ (७) २/२४, १/१६, ७/९६ (८) १/३, ३/१७, २/९ (९) ३/४ (१०) १७/४६ (११) ६३/८३ ।

विविध प्रश्न

अभ्यास ३३

(१) १०३ (२) ३८५, ५८३ (३) २/१५, १/१५ (४) ११ ३/४ रु० (५) ७, २ (६) (क) ८ (ख) २, ५ पा० (ग) १४९ (घ) ४ (७) ११/४६, १/४ (८) विभाजित हो जाएगा (९) १२ दिन (१०) २ ३/८ (११) २ १/२ रु० (१२) ४२१ (१३) २ ३/४ गज (१४) १/२ (१५) १५, १२ (१६) (क) ८ (ख) १६ (१७) ६८ पैसे (१८) ७, ३ (१९) (क) ८ (ख) ६ २/९ (ग) १२ (घ) ५० (२०) (क) १००८० (ख) १५१२ ।

अभ्यास ३४

(१) १७ १/२ मील (२) ४|≡) (३) |||)| (४) ६ आ० ४ पा० (५) १२||) (६) १|)६ (७) ३|≡) (८) १ (९) २ १/४ बजेंगे (१०) १० सेर (११) २३ चार (१२) ७ (१३) ३१२||) (१४) ६२) (१५) ९)२|| (१६) |)५ (१७) १८९) (१८) ८०५||) (१९) २१ मील (२०) ७ फल ।

अभ्यास ३५

(१) ६) (२) ११।) (३) ७८≈) (४) ४ पा० प्रति-रुपया।

अभ्यास ३६

(१) १० दिन (२) २१ मनुष्य (३) ९ दिन (४) १२ दिन (५) १० मिनट (६) २० दिन (७) २८$\frac{३}{५}$ मील (८) ७२ मजदूर (९) ७६ दिन (१०) ८ माह (११) ५० दिन (१२) ६ माह।

अभ्यास ३७

(१) १$\frac{१}{५}$ दिन (२) १२ दिन (३) १२ मिनट (४) १$\frac{७}{८}$ दिन (५) १५ दिन (६) १० दिन (७) ५ घं० (८) ७$\frac{१}{२}$ घं० (९) $\frac{१}{६}$ $\frac{१}{५}$ भाग (१०) ६० मिनट।

अभ्यास ३८

(१) ८ दिन (२) २१ दिन (३) १४ दिन (४) २४ दिन (५) ६ लड़के (६) २।

अभ्यास ३९

(१) १२५) (२) २७) (३) ५०) (४) २०) (५) ३) (६) ८) (७) ७॥) (८) ४०) (९) ५०) (१०) ११००) (११) ३३॥।) (१२) २७॥।) ५ [illegible] पा० (१३) १०५) (१४) १२≡) (१५) ३४४॥ऽ कुल (१६) ७९२≡) (१७) ७६०)।

इ०, $३\frac{१}{१०}$ इं०, $१\frac{१}{१०}$ इ०, $\frac{४}{१०}$, $२\frac{२}{१०}$, $१\frac{७}{१०}$ (४) १·२ इं०, ३' इं०, २·६, ·७, ५·१, १७·५ (५) (क) ३·६ इं० (ख) २·२ इं (ग) ४ इ० (घ) ३·५ इ० (६) (क) ८·६ (ख, २४·१ (ग) ३७· (घ) २७·६ (ङ) १·३ इ०, २·१ इं०, ·६ इं०, १·६ इं०, २·२ इ: (८) (क) ·७ (ख) ७·३ (ग) ७·६ (घ) ६·६ (६) १५ (१०) ४' इं०, ८·१ इ०।

अभ्यास ४५

(१) (क) ·२३ 'दशमलव दो तोन' (ख) ·५६ 'दशमलव पाँच नौ' (ग) ·०८ 'दशमलव शून्य आठ' (घ) २·४३ 'दो दशमलव चार तीन'।

(२) (क) ·३२ (ख) ·४५ (ग) ·६५ (घ) ५·३४ (३) ·: ·१५ (४) $\frac{७}{१०}$, $\frac{९}{१००}$, $\frac{१}{४}$, $\frac{११}{१००}$, $३\frac{१}{२०}$, $८\frac{६१}{१००}$, $१०\frac{३}{१०००}$ (५) ·३ दशमलव तीन सात; ·५१, दशमलव पाँच एक; ·६, दशमल छः; ·८६ दशमलव आठ नौ; ·०५ दशमलव शून्य पाँच; ३·०: तीन दशमलव शून्य आठ; ६·२१, छः दशमलव दो एक; २०·०। बीस दशमलव शून्य एक; ·५७, दशमलव पाँच सा (६) पहला ६ का मान ६, ७ का $\frac{७}{१०}$, दूसरे ६ का $\frac{६}{१००}$ पहला ६ दूसरे ६ का १०० गुना है (७) १·१, १, ·९६, ·९१ ·७, ०९ (८) (क) ५०·५ (ख) ७८·५८ (ग) ४४·८७ (घ) १०२·६४ (९) (क) १·३६ (ख) ३ ७९ (ग) ५·९४ (घ) ९·११ (१०) १·५५ ओंचा।

अभ्यास ४६

(१) $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{१०}$, $\frac{१}{४}$, $\frac{३}{१०}$, $\frac{३}{४}$, $१\frac{१}{२}$, $६\frac{३}{५}$, (२) ·५, ·२५, ·२, ·१२, १·२५, ३·८ (३))॥, ३।), ७॥–) $७\frac{१}{२}$ पा०, ४ पौं० १५ शि०, ५

पौं० ७ शि०, ९ पौं० १३ शि०, १।)२, ५ जरीब ७८ कड़ी, ५ कड़ी, ३ जरीब २३ कड़ी, १ गज १ फुट ६ इं०, ३ मील १ फ० १३२ ग० (४) २·२५ पौं, ३·४ पौं०, १०·३५ पौं०, ·१ पौं, १·०५ पौ० (५) २·२५ रु०, ५·५ रु०, ३·७५ रु० (६) ३·०५ जरीब, ५·२७ जरीब, ८·४२ जरीब, ·०१ जरीब, ९९ जरीब (७) १०॥) (८) ३ पौं० १४ शि० (९) ७॥) (१०) ३ बीघा।

अभ्यास ४७

(१) ३·४ ए० (२) ६·७ ए० (३) ३·५ ए० (४) १०·९ ग० (५) ७·८ ए० (६) ३८·४ ए० (७) १२·३ ए० (८) १९·६ ए० (९) ८४·५ ए० (१०) ९८·९ ए० (११) २५·२ ए० (१२) ८८·४ ए० (१३) ५ ए० ३ वर्ग जरीब (१४) ७ ए० ८ वर्ग जरीब (१५) १५ ए० २ वर्ग जरीब (१६) ४० ए० २ वर्ग जरीब (१७) ७५ ए० १ वर्ग जरीब (१८) १०५ ए० ७ वर्ग जरीब (१९) ६९ ए० ५ वर्ग जरीब (२०) १७२ ए० ७ वर्ग जरीब।

अभ्यास ४८ (महाजनी)

(१) ५३३॥।)॥। (२) १४२।–) (३) १८१॥) (४) ३०६॥।) (५) ४५१॥।=) (६) ३१८।≡)॥ (७) २२०॥≡)

अभ्यास ४९

(१) अड़तीस लाख सत्तानवे हजार छः सौ तीन, १५० गुना (२) ३१०=)॥ (३) १७८३३५५२० (४) १८५१३ (५) ६७ (६) ६०॥–) ५ पा०, शेष ।) ५ पा० (७) २४ बार (८)

२८७४२≡)॥ (९) ४० सेकंड, २½ घं० (१०) ६) (११) ।)॥ ८ (१२) ७ मील (१३) $\frac{1}{4}\frac{1}{6}$ (१४) ८ पैं० १ शि० (१५) (क) २५४ गुण्य, १६ गुणक (ख) १५२६४ भाज्य, ७२ भाजक (१६) पहले दिन १० स्त्रियाँ, ४३ योग; दूसरे दिन १६ पुरुष, १२ लड़के, ४१ योग; तीसरे दिन २० पुरुष, लड़कों का योग ३४ (१७) ६२८५ (१८) (क) ० (ख) १, ४, ७ (ग) ६ (घ) ४ (१९) २×२×२×३×३×५×७, २×२×२× २×३×३×५×१७, ५×७×११×११ (२०) १२०३ (२१) $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{5}$, ८$\frac{4}{4}$, ८$\frac{2}{3}$, (२२) $\frac{9}{2}$ (२३) १०८ (२४) (क) ० (ख) $\frac{1}{3}\frac{1}{0}$ (ग) ३७$\frac{1}{2}$ (२५) ५७ मिनट (२६) १२० बार (२७) ५६३२ (२८) ९॥।≡)॥ (२९) ६० (३०) ४४७॥−)॥ (३१) ६॥।−) (३२) ७२७।≡) (३३) ८ दिन (३४) ॥−) (३५) १०) ११$\frac{3}{8}$ पा० (३६) ९६००) (३७) २१ दिन (३८) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{6}\frac{2}{4}$ (३९) ६, १९ (४०) २००) (४१) २६५७॥।−) (४२) ८७३।≡) (४३) (क) ८००), १५०) (ख) ७७५), ३$\frac{3}{8}$ प्रतिसै० (ग) २२॥) ब्याज, मिश्रधन २७२॥) (घ) ३ साल, १३५) ब्याज (४४) $\frac{3}{5}\frac{1}{0}$ (४५) ३ एकड़ ९ वर्ग साँकल (४६) जमा से आमदनी और नाम से खर्च का मतलब है। नकद बिक्री केवल जमा की तरफ लिखी जाती है और उधार बिक्री जमा व नाम दोनों की तरफ। तीन खाते:—उगाही-खाता, नुकसान-खाता, नफा-खाता।

(४७) ११६८।) रोकड़-बाकी (४८) १११।)।।। रोकड़-बाकी (४९) ६७८।।=) रोकड़-बाकी (५०) १७६।।=) रोकड़-बाकी (५१) २००) (५२) ६।=), २।=) नुकसान (५३) ४५ रु० (५४) ३।) ९ ३/५ पा० (५५) १.५७ (५६) ८३६।) (५७) ९=)।।। (५८) ४० मिनट (६०) १ घं० (६१) ३ पौं० ९ शि० (६२) ५ बार (६३) १७६ (६४) १६) (६५) इसका बताना असम्भव है (६६) ८ सेर (६७) इसका बताना असम्भव है।

प्रायमरी परीक्षा के उत्तर

(१) ६ गज तीसरा मंजला (२) ।।।=)६ ६/७ पाई प्रति सेर (३) २४०) लड़की, ३४०) भाई (४) १८०) थे; ६०) प्रतिकक्षा (५) १७२।।) व्याज (६) १८ दिन या ३/५ माह (७) ७३४।≡)।। सिलक बाकी (८) १४० घड़े (९) १५।।≡) (१०) ।।।) (११) १२८) (१२) ३१।।) (१३) ४≡)।।। व्याज (१४) ५६।।)२ पाई (१५), १०७।।-) (१६) ७५) लाभ (१७) ६४ एकड़ (१८) ३० २/५ १/४ ड (१९) ६५ ।।=) (२०) ३५९ (२१) १२८।।=)।। (२२), ४०० मन (२३) ७।।=)।।। व्याज (२४) ७।।) (२५) ।।-) लाभ (२६) ३११।।।)३ पाई (२७) १३, ७, ५ (२८) ८६३≡)८ पा० (२९) ७२ (३०) २३०।।।=) (३१) ९।।।) (३२) ४।।≡) (३३) ४० आदमी (३४) ५/८ बड़ा (३५) ८४ हाजिर (३६) २७० पन्ने (३७) १०।)१ पाई बचत (३८) ३६ २/६ ४/९ दिन (३९) ३५७ नारंगी (४०) ५।≡)।। (४१) ३६) (४२) ४।।≡) (४३)।।।-)४

(४४) ८८॥-)५ पाई (४५) ५१६॥।)६$\frac{3}{4}$ (४७) ३०५ टोपी (४८) ३६१॥=)॥ (४९) ६-)॥ (५०) २$\frac{3}{2}$ (५१) -)॥ प्रति सेर (५२) २॥=) (५३) ४२।-)११ पाई (५४) १२० दिन में (५५) ८।) रु० (५६) ६ पाई (५७) २८६)॥ सि० बाकी (५८) १६॥=) (५९) १४६ (६०) ३४ (६१) १८ पाव (६२) १२६≡)२ पाई (६३) १-) (६४) १४३=) लाभ (६५) ६३२)॥ (६६) ८८२=) (६७) ८॥)॥ (६८) २५ गोली (६९) १४२) रु० घोड़ा (७०) १॥-) (७१) २२।=)४ (७२) ८४ कुल; ५३७॥-)७, पाई (७३) =)॥ सेर (७४) १५६३ पूरा (७५) २७०॥-) रोकड़ बाकी (७६) ७॥=) (७ २$\frac{3}{11}$ सेर (७८) २।)॥ (७९) ८० आदमी (८०) २८८) कु १४४) बड़े लड़के को।

स्कालरशिप परीक्षा के प्रश्नपत्रों के उत्तर।

१९२३

(१) ३ सेर (२) १४॥) (३) १≡) (४) ५ माह (५) ४७६)

१९२४

(१) ४) (२) (अ) ११ बीघा, ११, १७, २० बीघा; (३) फुट ८ इं०; २८२ (४) २८) (५) ३०; बेटे को ६ और ,लड़की ५ कापियां (६) ३।

१९२५

(१) ६ घंटे (२) ३१ सेर (३) ४८० झाड़ (४) ५। (५) ८ दिन।